A matemática financeira a serviço da educação financeira: reflexões sobre planejamentos financeiros

Financial mathematics at the service of financial education: reflections on financial planning

Paulo Tadeu Gandra Campos[1], Chang Kuo Rodrigues[2]

RESUMO: A proposta deste artigo, voltada para professores e futuros professores de Matemática, repousa no campo da Educação Financeira, com vistas a discutir estratégias para, sem a aquisição de dívidas, realizar desejos de consumo, além de enfatizar a importância de se poupar antes para gastar depois. A inquietação que gerou esse trabalho nasceu da observação das várias reportagens disponibilizadas na mídia a respeito do alto percentual de famílias brasileiras endividadas. Por meio da metodologia Engenharia Didática e da Teoria Antropológica do Didático, o trabalho foi estruturado objetivando buscar respostas que indiquem quais estratégias usamos para realizar desejos de consumo sem entrar em dívidas. Como dinâmica para a atividade, aplicamos a um grupo de sete graduandos e recém-graduados em Matemática uma atividade contendo uma hipotética aquisição de um bem. Em seguida, discutimos e refletimos sobre as estratégias que têm como objetivo realizar tal desejos de consumo, sobretudo aqueles que indiquem algum planejamento prévio, para averiguar se existem alternativas que respondem a tal inquietação, fazendo uso de saberes matemáticos básicos, logo, acessíveis a professores e estudantes do Ensino Médio. Assim, o presente artigo propõe semear ideias em professores da Educação Básica no que se refere a projetos relativos à Educação Financeira.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Financeira; Engenharia Didática; Teoria Antropológica do Didático.

ABSTRACT: The proposal of this article, aimed at teachers and future teachers of mathematics, lies in the field of financial education with sights to discussing strategies for realizing consumption desires without the acquisition of debt, as well as emphasizing the importance of saving money in order to spend it later. The concern that generated this work arose from the observation of several reports available in the media regarding the high percentage of Brazilian families in debt. Through the Didactic Engineering methodology and the Anthropological Theory of Didactics, the work was structured with the objective of seeking answers that indicate which strategies should be used to fulfill consumption desires without going into debt. As a dynamic for the activity, we applied to a group of seven undergraduates and recent graduates in Mathematics an activity containing a hypothetical acquisition of an asset. Then, we discussed and reflected on the strategies that aim to fulfill such consumption desires, especially those that indicate some previous planning, to find out if there are alternatives that respond to this concern making use of basic mathematical knowledge, therefore, accessible to teachers and high school students. Thus, this article proposes to sow ideas in Basic Education teachers regarding projects related to Financial Education.

Keywords: Financial Education; Didactic Engineering; Anthropological Theory of Didactics.

[1] Professor do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Viçosa, Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal de Juiz de Fora. E-mail: paulo.gandra@ufv.br

[2] Professora do Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. E-mail: changkuockr@gmail.com

INTRODUÇÃO

Os últimos documentos oficiais que regem a educação básica brasileira têm apontado novidades, dentre as quais o claro direcionamento de estudos voltados para a Educação Financeira, como é possível ver na Base Nacional Comum (BNCC)[3] para o Ensino Fundamental. O mesmo não podemos dizer para o Ensino Médio, pois, para este período escolar, a BNCC não é tão clara e objetiva em relação às discussões relacionadas à temática principal do presente trabalho, a Educação Financeira.

De qualquer forma, para estudantes e professores a nível de Ensino Médio há o decreto do dia 22 de dezembro de 2010, nº 7.397, deliberado pela CONEF (Comitê Nacional de Educação Financeira), que instituiu a ENEF (Estratégia Nacional de Educação Financeira) no Brasil, com objetivos de “promover a educação financeira e previdenciária, aumentar a capacidade do cidadão para realizar escolhas conscientes sobre a administração dos seus recursos e contribuir para a eficiência e a solidez dos mercados financeiro, de capitais, de seguros, de previdência e de capitalização” (BRASIL, 2010, p. 11).

Por outro lado, constantemente vemos reportagens sobre o grau de endividamento do brasileiro[4], que sobrevivem sofrendo com o forçado achatamento salarial, até quitar o saldo devedor. Buscando contribuir para mudar tal realidade brasileira e em conformidade com os documentos que se colocam a favor da construção de um novo paradigma financeiro para a população, nos colocamos frente a situações de realização de desejos de consumo e nos concentramos em buscar respostas para a seguinte questão: “sem entrar em dívidas, quais estratégias tomamos para realizar desejos de consumo?”. Mais especificamente, nos concentramos em desejos de consumo com preços maiores, aqueles que carecem de algum planejamento para serem realizados.

Em busca de respostas, estruturamos a pesquisa pela Engenharia Didática de Michele Artigue, respaldamos nossas ações de pesquisa pela Teoria Antropológica do Didático de Yves Chevallard e pelo livro “Tesouro Direto a nova poupança” de Marcos Silvestre e, por fim, propomos atividades reflexivas sobre o modo como nos concentramos em buscar a realização de desejos de consumo.

Afirmamos que existem alternativas que respondem tal inquietação as quais se utilizam de conteúdos matemáticos em nível de Ensino Médio, por isso acreditamos que o presente trabalho

[3] Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 20 jul. 2020.

[4] Disponível em: https://economia.uol.com.br/noticias/estadao-conteudo/2019/10/03/endividamento-sobe-pela-9-vez-seguida-e-vai-a-3-maior-nivel-da-serie-historica.htm. Acesso em: 20 jul. 2020.

sirva de referência a professores da Educação Básica para os profícuos projetos de Educação Financeira a serem implementados.

PROCEDIMENTOS TEÓRICOS METODOLÓGICOS

Para organizar e estruturar estas atividades fizemos uso da metodologia de pesquisa Engenharia Didática de Michele Artigue (1988), a qual é composta por quatro fases, a saber: análises preliminares, concepção e análise *a priori*, experimentação e análise *a posteriori*.

ANÁLISES PRELIMINARES

Nas análises preliminares, apontamos o embasamento teórico e a problemática de pesquisa. Como embasamento teórico, adotamos a Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Yes Chevallard (1996) e os conhecimentos sobre investimentos em Títulos Públicos, os quais são apresentados por Marcos Silvestre no livro *Tesouro Direto - a nova poupança* (SILVESTRE, 2016).

A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO (TAD)

A escolha da TAD ocorreu por permitir ao professor/pesquisador uma análise matemática detalhada das várias estratégias que podem ser adotadas visando realizar desejos de consumo. A TAD baseia-se em quatro termos, a saber: *tarefa* (T), *técnica* ($\boldsymbol{\tau}$), *tecnologia* ($\boldsymbol{\theta}$) e *teoria* ($\boldsymbol{\Theta}$) (CHEVALLARD, 1996).

Para Rodrigues (2009), no contexto da TAD, uma *tarefa* (T) é identificada por um verbo de ação que deve estar acompanhado de um conteúdo matemático. Em outras palavras, identificar a *tarefa* (T) em uma atividade matemática significa apontar o que a questão quer que descubramos.

Uma *técnica* ($\boldsymbol{\tau}$) é um modo de proceder com o objetivo de que alguma *tarefa* (T) seja realizada.

> O cumprimento de toda tarefa decorre do desenvolvimento de uma técnica. A palavra técnica é aqui utilizada como uma maneira de fazer uma tarefa, mas não necessariamente como um procedimento estruturado e metodológico ou algorítmico. (ALMOULOUD, 2010, p.114)

Assim, ao iniciarmos uma análise matemática de uma estratégia que visa realizar algum desejo de consumo, segundo a TAD, primeiramente identificamos o que deve ser feito para atingir a meta estabelecida, ou seja, identificamos a *tarefa* (*T*). Feito isso, devemos apresentar um procedimento para realizar tal *tarefa* (*T*). Ao modo de agir para realizar a *tarefa* (*T*) chamamos de *técnica* ($\boldsymbol{\tau}$).

Uma *tecnologia* ($\boldsymbol{\theta}$) é um discurso descritivo e justificativo das *técnicas* ($\boldsymbol{\tau}$) empregadas para tentar realizar uma *tarefa* (*T*).

> [...] uma técnica deve ser pelo menos compreensível, legível e justificada, o que seria uma condição mínima para permitir o seu controle e garantir a eficácia das tarefas feitas [...]. Essas condições e restrições ecológicas implicam então a existência de um discurso descritivo e justificativo das tarefas e técnicas que Bosch e Chevallard (1991) chamam de tecnologia da técnica. (ALMOULOUD, 2010, p.116)

A respeito da *tecnologia* ($\boldsymbol{\theta}$), em alguns casos, é possível, na própria *técnica* ($\boldsymbol{\tau}$), identificá-la por completo, em outros, apenas parte dela. Segundo Almouloud (2007, p.116), "qualquer bloco *tarefa*/*técnica* vem sempre acompanhado de algum vestígio de *tecnologia*."

A *teoria* ($\boldsymbol{\Theta}$) justifica e garante a veracidade da *tecnologia* ($\boldsymbol{\theta}$), pois a partir dela podemos generalizar os conhecimentos em outras situações similares.

> A teoria é a especulação abstrata da tecnologia; no plano teórico estão as definições, os teoremas, as noções mais abrangentes e abstratas que servem para explicar, justificar e produzir tecnologias. (MIGUEL, 2005, p. 36)

A *teoria* ($\boldsymbol{\Theta}$) é chamada de *tecnologia* ($\boldsymbol{\theta}$) da *tecnologia* ($\boldsymbol{\theta}$) e, segundo Chevallard (1996 apud RODRIGUES, 2009, p. 46), "é o nível superior de justificativa-explicação-produção e nem sempre está presente numa atividade".

Em síntese, a TAD é norteada por quatro estágios "*tarefa* (*T*), *técnica* ($\boldsymbol{\tau}$), *tecnologia* ($\boldsymbol{\theta}$) e *teoria* ($\boldsymbol{\Theta}$)". Os dois primeiros geram o bloco *prático-técnico* e os dois últimos o bloco *teórico-tecnológico.* O cumprimento de toda *tarefa* (*T*) é proveniente da utilização de uma *técnica* ($\boldsymbol{\tau}$), justificada pela *tecnologia* ($\boldsymbol{\theta}$), que é garantida pela *teoria* (Θ).

O TESOURO DIRETO

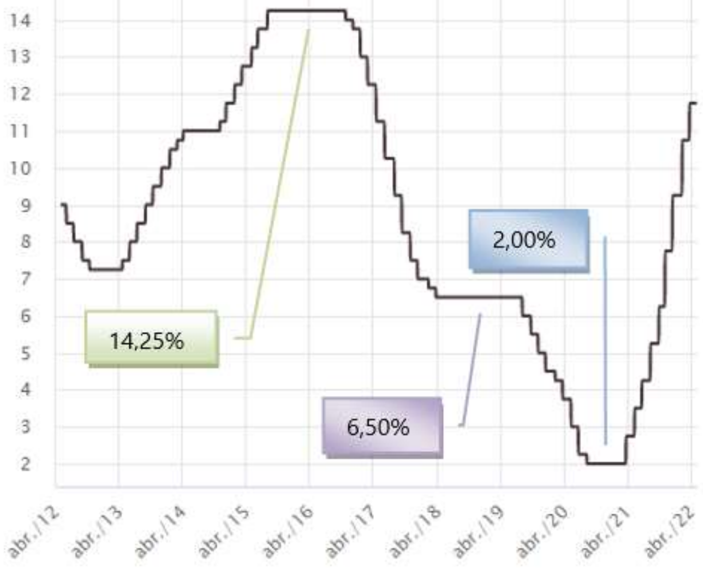
O Tesouro Direto é um canal 100% on-line pelo qual é possível investir em títulos da dívida pública brasileira. Por meio dele o Tesouro Nacional toma dinheiro emprestado para promover investimentos públicos e, em contrapartida, no ato do empréstimo, acorda com o investidor um modelo de rentabilidade e a data do término do empréstimo/investimento. Existem três modos de rentabilidade nos investimentos em títulos públicos os quais, inclusive, dão nomes aos títulos, a saber: Tesouro Prefixado, Tesouro Selic e Tesouro IPCA.

> O Tesouro Prefixado é composto por títulos que oferecem rentabilidade *prefixada*. No momento da compra, o investidor já fica sabendo exatamente a taxa de rentabilidade bruta que irá ganhar.
> O Tesouro Selic é constituído por papéis de rentabilidade *pós-fixada*. No momento da compra do título fica determinado ao investidor que ele receberá no vencimento do título, em rentabilidade bruta, o que der a taxa Selic acumulada no mesmo período.
> O Tesouro IPCA é composto por títulos que têm natureza híbrida na sua métrica de rentabilização, que se dá com a soma de: 1) parte da rentabilidade que é totalmente *prefixada*; 2) parte que é *pós-fixada*, com o título pagando o que der a inflação acumulada entre a data da compra e a data do vencimento do título. (SILVESTRE, 2016, p. 127, *grifo do autor,* modificado)

Observe que para compreendermos o modelo de rentabilidade dos títulos indexados à taxa Selic, e ao IPCA, precisamos ter uma ideia da variação destes indexadores.

A taxa Selic, sigla formada pelas iniciais de Sistema Especial de Liquidação e Custódia, também conhecida como taxa básica de juros da economia brasileira, é utilizada como referência para a taxa de juros de operações interbancários e, consequentemente, tem influência nas tentativas de controle da Inflação brasileira. Periodicamente há a avaliação dessa taxa por um grupo de especialistas ligado ao governo, denominado Comitê de Política Monetária (COPOM), e é modificada caso a economia brasileira apresente mudanças. Em um passado recente a taxa Selic já esteve em patamares acima de 14% ao ano (a.a.), mas, durante a redação do presente trabalho, está em 11,75% a.a., como podemos ver na Figura 1.

Figura 1 - Oscilação percentual da taxa Selic de abril de 2012 a abril de 2022.



Fonte: https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/taxaselic. Acesso em: 28 abr. 2022. (modificado)

O gráfico contido na Figura 1 nos indica, por exemplo, que um investimento em Tesouro Selic, com duração de abril de 2016 a abril de 2019, teve rentabilidade inicial de 14,25% ao ano.

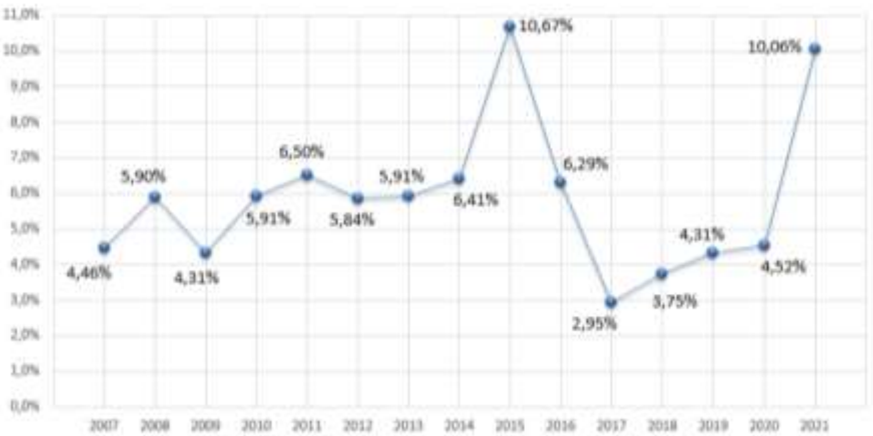
Durante o ano de 2017, essa rentabilidade foi diminuindo, em 2018, atingiu o patamar de 6,5% a.a. (brutos – sem descontar os impostos) e assim se manteve até abril de 2019.

O IPCA, sigla formada pelas iniciais de Índice de Preços ao Consumidor Amplo - também conhecido como Inflação, é um dos índices calculados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) para avaliar a variação dos preços de alguns itens de consumo pré-determinados constituintes de uma cesta básica.

Períodos de Inflação em alta são difíceis para o amplo consumidor porque indicam que os preços dos bens de consumo estão aumentando persistentemente. Desse modo, ocorre o que chamamos de perda no poder de compra pois com o aumento no preço dos produtos não conseguimos comprar as mesmas coisas (em número e qualidade) com a mesma quantidade de dinheiro.

Nos anos de 2015 e 2021, a Inflação teve picos acima de 10%, mas, como podemos ver na Figura 2, ela frequentemente esteve abaixo de 6,5% a.a. nos últimos 15 anos.

Figura 2 - Oscilação percentual da Inflação brasileira de 2007 a 2021.



Fonte: https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/historicometas. Acesso em: 27 abr. 2022.

Todos os Títulos Públicos indexados ao IPCA, como diz Silvestre (2016, p. 127) “têm natureza híbrida na sua métrica de rentabilização, que se dá com a soma de: 1) parte da rentabilidade que é totalmente *prefixada*; 2) parte que é *pós-fixada”*, ou seja, a modalidade Tesouro IPCA sempre apresenta rentabilidade acima do IPCA.

Consultando o site do Tesouro Direto é possível encontrar exemplos de títulos indexados ao IPCA.

Figura 3 - Títulos públicos indexados ao IPCA.

Título	Rentabilidade anual	Investimento mínimo	Preço unitário	Vencimento
Tesouro IPCA+ 2026	IPCA + 4,63%	58,59	R$ 2.929,96	15/08/2026
Tesouro IPCA+ 2035	IPCA + 4,84%	38,45	R$ 1.922,65	15/05/2035
Tesouro IPCA+ 2045	IPCA + 4,84%	36,00	R$ 1.200,05	15/05/2045

Fonte: http://www.tesouro.fazenda.gov.br/tesouro-direto-precos-e-taxas-dos-títulos. Acesso em: 24 set. 2021. (Editado)

Para entendermos as informações contidas na Figura 3, considere um investimento no título Tesouro IPCA+ 2026 que tenha se iniciado nos primeiros dias de 2016. Ao final daquele ano, sua rentabilidade (bruta - sem descontar os impostos) foi igual ao IPCA daquele ano, ou seja, 6,29%, com o adicional de uma parte fixa ofertada pelo Tesouro Direto, no caso, como podemos ver, 4,63%.

A escolha do Tesouro Direto como modalidade de investimento se deu por três principais motivos. Primeiramente, por se mostrar uma alternativa segura, pois é garantida pelo Tesouro Nacional. Além disso, mostra-se uma opção democrática, uma vez que aceita investimentos a partir de R$ 30,00. Por fim, os Títulos Públicos apresentam maiores rentabilidades que a Caderneta de Poupança (CP). A seguir, apresentamos dois cenários comparando as rentabilidades da CP e do Tesouro Selic.

Para o cenário I, considere o segundo semestre de 2018, quando a taxa Selic estava a 6,5% ao ano. Nesse período a rentabilidade líquida da CP era de 4,5% a.a.[5] (a CP é livre de impostos), enquanto a rentabilidade do Tesouro Selic, para prazos superiores a 2 anos, era de 6,5% a.a. (bruto) ou, aproximadamente, 5,36% a.a. (líquido) após o desconto do IR[6] e da taxa de Custódia[7].

Para o cenário II, considere os dias atuais, taxa Selic de 11,75% ao ano. A rentabilidade líquida da CP tem sido de 6,16% a.a.[8], enquanto a rentabilidade líquida do Tesouro Selic, para prazos superiores a 2 anos, está, aproximadamente, 10,07% ao ano.

[5] Quando a taxa Selic está abaixo de 8,5% a.a., sua rentabilidade é de, aproximadamente, 70% do valor da taxa Selic. Disponível em: https://www.bcb.gov.br/estatisticas/remuneradepositospoupanca. Acesso em: 28 abr. 2022.

[6] Para investimentos com prazos de até 180 dias, IR de 22,5%. Caso o prazo varie de 181 a 360 dias, IR de 20%. Para investimentos com prazo entre 361 e 720 dias, IR de 17,5% e para prazos superiores a 720 dias, IR de 15%. Disponível em: https://www.tesourodireto.com.br/blog/quais-sao-os-impostos-e-taxas-ao-investir-no-td.htm#:~:text=A%20taxa%20%C3%A9%20de%200,Selic%2C%20voc%C3%AA%20n%C3%A3o%20pagar%C3%A1%20nada.. Acesso em: 28 abr. 2022.

[7] A partir de 01/08/2020, o título Tesouro Selic passou a ser isento da taxa de custódia até o estoque de R$ 10.000,00. Para valores que excederem este valor será cobrada a taxa de 0,2% a.a., por investidor. Disponível em: https://www.b3.com.br/pt_br/produtos-e-servicos/tarifas/tarifas-de-tesouro-direto/. Acesso em: 28 abr. 2022.

[8] Quando a taxa Selic estiver igual ou acima de 8,5% a.a., sua rentabilidade será de, aproximadamente, 6,16% a.a. Disponível em: https://www.bcb.gov.br/estatisticas/remuneradepositospoupanca. Acesso em: 28 abr. 2022.

Desse modo, acreditamos que as características apresentadas estão em conformidade com parte da proposta do presente trabalho, por permitirem acelerar o processo de acumulação de capital com a finalidade de realizar desejos de consumo, sem perder em segurança.

CONCEPÇÃO E ANÁLISE *A PRIORI*

Na segunda fase da Engenharia Didática, na concepção e análise *a priori*, nos preparamos para a próxima fase do trabalho, a experimentação. Para tal, definimos, segundo a Engenharia Didática, dois tipos de variáveis que nos auxiliarão na experimentação.

Para primeira das variáveis, as macrodidáticas, definimos o sonho de consumo que desejamos realizar, qual é o custo dele hoje, em qual prazo desejamos realizá-lo e uma estimativa de preço desse bem na data estipulada para sua realização. Desse modo, tomamos como exemplo a aquisição de uma moto que atualmente custa R$ 7.600,00. Gostaríamos de realizar tal aquisição em 53 meses, por meio de aplicações de R$ 150,00 por mês em alguma modalidade de Títulos Públicos que apresenta rentabilidade líquida de 8,73% a.a. ou 0,7% ao mês.

Utilizando o IPCA de 5,7% a.a.[9] (0,463% ao mês) como fator de correção do valor do veículo, estimamos que em 53 meses esse veículo estará custando cerca de R$ 9.708,00[10].

Na segunda variável, as microdidáticas, definimos uma estratégia matemática a ser tomada para simular a realização do desejo de consumo determinado acima.

Para facilitar a aplicação da Teoria Antropológica do Didático (TAD) a essa simulação, a transformaremos em uma atividade matemática e, em seguida, apresentamos uma solução, para nos dar posterior suporte na confrontação dos resultados que colheremos futuramente na Experimentação.

Figura 4 - Atividade matemática.

> Renata deseja comprar uma moto à vista fazendo aportes mensais em títulos públicos cuja rentabilidade líquida é de 0,7% a.m. Estima-se em 53 meses contados a partir de hoje (prazo limite para a aquisição do bem) que a moto esteja custando, aproximadamente, R$ 9.700,00 e, para isso, planeja investir R$ 150 mensais. Considerando os dados apresentados, Renata terá a quantidade de dinheiro suficiente para a aquisição do bem à vista?

Fonte: os autores, 2018.

Solução à luz da TAD:

[9] É, aproximadamente, a média da Inflação nos 15 anos decorridos de 2007 a 2021 - Ver Figura 2.

[10] Aplicamos os dados à fórmula do montante de juros compostos $M = C \cdot (1+i)^t$.

■ *tarefa* (T): Verificar se Renata terá conseguido acumular pelo menos R$ 9.700,00 dentro das condições apresentadas no enunciado.

■ *técnica* ($\boldsymbol{\tau}$): Ver também no Quadro 1:

Quadro 1: Técnica ($\boldsymbol{\tau}$)

Mês de investimento	Valor investido	Valor corrigido na data planejada para a compra	
1º	150	$150 \cdot (1{,}007)^{52}$	(1)
2º	150	$150 \cdot (1{,}007)^{51}$	(2)
3º	150	$150 \cdot (1{,}007)^{50}$	(3)
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	(4)
52º	150	$150 \cdot (1{,}007)^{1}$	(5)
53º	150	150	

Dados: Pelos autores

Soma dos valores corrigidos: $150 + 150 \cdot (1{,}007)^1 + \ldots + 150 \cdot (1{,}007)^{52}$ (6)

Soma dos valores corrigidos: $\dfrac{150 \cdot \left(1{,}007^{53} - 1\right)}{1{,}007 - 1}$ (7)

Soma dos valores corrigidos: 9.585,24 (8)

■ *tecnologia* ($\boldsymbol{\theta}$): Em (1) temos a descrição do 1º investimento no valor de R$ 150,00 cujo valor corrigido (depois de 52 meses) a uma taxa de rendimento de 0,7% a.m. será de $150 \cdot (1{,}007)^{52}$. Valor obtido por meio da aplicação da fórmula de juros compostos: $M = C \cdot (1 + i)^t$.

Em (2), (3), (4) e (5) temos descrições semelhantes a (1). O valor investido e a taxa de rentabilidade ao mês são os mesmos, R$ 150,00 e 0,7%, respectivamente. Os valores finais são obtidos via fórmula de juros compostos $M = C \cdot (1 + i)^t$, variando o tempo (t) em cada caso. Em (2) o tempo (t) é de 51 meses, em (3), t = 50, em (4), t = 1 e em (5), t = 0.

Como o objetivo é calcular o valor acumulado proveniente das aplicações sucessivas feitas, em (6) somamos os valores futuros de cada aplicação.

Observamos que o resultado obtido em (6) é uma soma de 53 termos em Progressão Geométrica (PG) cujo primeiro termo (a_1) é 150 e a razão (q) é 1,007. Logo, em (7) substituímos os dados na fórmula da soma dos n primeiros termos de uma PG $S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$.

De (7) para (8) apenas efetuamos os cálculos apontados na fração indicada no passo (7).

■ *teoria* ($\boldsymbol{\Theta}$): Se, a partir desse ponto, a resolução leva à compreensão de todo o procedimento da tecnologia ($\boldsymbol{\theta}$) e, além disso, em síntese, consegue levar adiante para contextos similares, mas não necessariamente idênticas, está legitimado o procedimento à luz da Teoria Antropológica do Didático. Tal como Rodrigues (2009) mostrou, é a justificativa-explicação-produção, mas, no entanto, nem sempre é preciso estar presente em uma única atividade. No entanto, nesse caso, da forma como foi realizada a tecnologia ($\boldsymbol{\theta}$), percebe-se que é instituída a teoria ($\boldsymbol{\Theta}$). É o saber/fazer do estudante que irá legitimar, ou não, a teoria ($\boldsymbol{\Theta}$).

Diante dessas variáveis, aplicamos a atividade matemática apresentada na Figura 4 e colhemos os dados que serão apresentados a seguir.

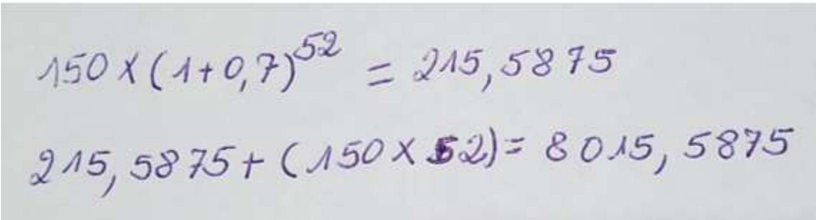
EXPERIMENTAÇÃO

A questão apresentada na Figura 4 foi aplicada a um grupo de 7 pessoas em um evento de Educação Matemática em outubro de 2018. Tal grupo era formado por estudantes de graduação e recém-formados em Matemática.

Em um primeiro momento apresentaremos resultados pontuais analisando a resolução de dois dos participantes e confrontando com a resolução por nós apresentada na fase anterior do presente trabalho. Em seguida, apresentaremos observações globais sobre os resultados da atividade aplicada.

Como resultados pontuais, destacamos, inicialmente, a resolução apresentada pelo participante I na Figura 5 a seguir.

Figura 5 - Resolução da atividade matemática pelo participante I.



Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

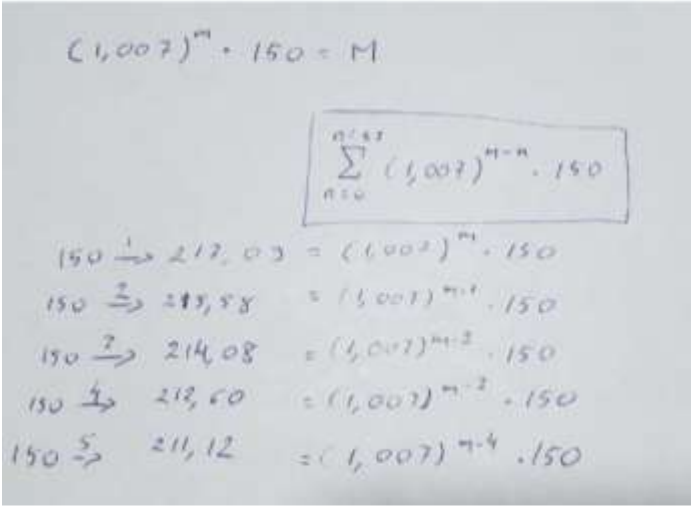
Analisando a resolução do participante I à luz da TAD podemos inferir que ele identificou a *tarefa* (T) da atividade. Observe que o participante I apresentou raciocínio matemático que nos permite entender que procurou encontrar o valor futuro da aplicação de R$ 150,00 a juros compostos com taxa de 0,7% ao período e tempo de 52 períodos, objetivo que, embora não esteja totalmente de acordo com a *tarefa* (T) exposta na atividade matemática da Figura 4, compõe parte da mesma.

Embora a resolução do participante I não apresente, explicitamente, nada no sentido de uma explicação da *técnica* ($\boldsymbol{\tau}$) utilizada, inferimos que na primeira linha temos, substituído na fórmula do montante de juros compostos $M = C \cdot (1 + i)^t$ os valores mensais aplicados, c = R$ 150,00, a taxa, i = 0,7 (que foi equivocadamente escrita, o correto seria 0,007) e, no expoente, t = 52, o tempo (em meses) decorrido da primeira aplicação até a data estipulada para a realização do desejo de consumo.

Em seguida, o participante I fez os cálculos, obtendo 215,5875 e, na linha a seguir, fez mais alguns cálculos que não conseguimos identificar o significado.

Na Figura 6, temos a resolução da questão matemática apresentada na Figura 3 pelo participante II.

Figura 6 - Resolução da atividade matemática pelo participante II.



Fonte: Dados da Pesquisa, 2018.

Analisando a resolução do participante II à luz da TAD, podemos inferir que o mesmo identificou a *tarefa* (T) da atividade, pois apresentou raciocínio matemático que nos permite entender que buscou o valor futuro de um somatório de 53 aplicações no valor de R$ 150,00 a juros compostos com taxa de 0,7% ao período. Embora a figura acima não apresente, explicitamente, nenhuma explicação da *técnica* ($\boldsymbol{\tau}$) utilizada, inferimos que na primeira linha temos, substituído na fórmula do montante de juros compostos $M = C \cdot (1 + i)^t$ os valores mensais aplicados, C = R$ 150,00, a taxa, $i = 0,007$ e, no expoente, $t = m$. Em seguida, o participante II deixou indicado o somatório de $150 \cdot (1,007)^{m-n}$ com n variando de 0 a 53, deixando claros indícios de que ele sabia que o montante futuro obtido pelas sucessivas aplicações, seria dado pela soma dos aportes atualizados pela fórmula do montante de juros compostos. Destacamos que *técnica* ($\boldsymbol{\tau}$) semelhante foi utilizada e apresentada por nós nas variáveis microdidáticas.

Na parte final de sua *técnica* ($\boldsymbol{\tau}$), aparentemente, ele apresentou um detalhamento do somatório como se o "n" do somatório estivesse variando. O curioso é que, embora os valores dos montantes detalhados estejam corretos para o expoente $m = 53, 52, \ldots 49$ pois $150 \cdot (1,007)^{53} \approx 217$, $150 \cdot (1,007)^{52} \approx 215,50$, ..., $150 \cdot (1,007)^{49} \approx 211,12$, em momento algum ele explicitou seu valor, sempre deixou indicado.

Como resultados globais, temos, inicialmente, que a atividade matemática apresentada na Figura 4 não foi resolvida completamente por nenhum dos participantes. Além disso, é notável a ausência do uso de "*tecnologia* ($\boldsymbol{\theta}$) explícita"[11] por parte deles.

Outro dado relevante que colhemos apareceu após apresentarmos nossa estratégia matemática para a solução da atividade apresentada na Figura 4, assim como elencada nas variáveis microdidáticas. Observe que o preço futuro da moto, corrigido pelo IPCA médio, R$ 9.708,00, não foi alcançado, pois em nossa simulação obtemos R$ 9.585,24 como valor acumulado das sucessivas aplicações. A partir dessa inconsistência, perguntamos aos participantes o que fariam diante de tal situação. As respostas variaram um pouco e, por isso, as apresentaremos em dois blocos. Primeiramente, as respostas que demonstraram certa impaciência na aquisição do bem, tais como:

> "Eu aumentaria o dinheiro investido a cada mês". (participante III)
> "Procuraria outra aplicação". (participante IV)
> "Eu procuraria outro veículo que fosse mais barato". (participante V)
> "Eu pediria um desconto". (participante VI)

Mas também tivemos uma resposta que demonstrou mais paciência e reflexão sobre a aquisição do bem:

> "Eu poderia adiar a compra". (participante II)

De posse dos dados colhidos, passamos para a última fase do trabalho, onde iremos confrontar os dados elencados na Análise *a priori* com estes que acabamos de apresentar na Experimentação.

ANÁLISE *A POSTERIORI*

A partir da análise dos dados colhidos na Experimentação faremos duas análises com vistas à questão de pesquisa elencada na introdução do presente trabalho "sem entrar em dívidas, quais estratégias tomamos para realizar desejos de consumo?". A primeira delas, frente às estratégias matemáticas utilizadas para resolver a atividade apresentada na Figura 4 e, em seguida, analisaremos os comentários dos participantes pontuados na fase final da Experimentação.

Ao que se refere à utilização da matemática como ferramenta para o planejamento da realização desejos de consumo, acreditamos que não são comuns na vida dos participantes uma vez que nenhum deles concluiu completamente a atividade. Crença que é reforçada pelo fato dos

[11] Optamos por usar o termo "tecnologia ($\boldsymbol{\theta}$) explícita" pois Segundo Almouloud (2007, p.116), "qualquer bloco *tarefa/técnica* vem sempre acompanhado de algum vestígio de *tecnologia*"

participantes (alunos e recém-formados do curso de Matemática) terem proximidade com os conteúdos abordados, juros compostos e progressão geométrica. Desse modo, apontamos a importância de se pensar possibilidades de tais situações serem abordadas no Ensino Médio, durante o curso da disciplina de Matemática, como aplicação de juros compostos e/ou progressões geométricas, ou mesmo por meio de projetos, pelos quais a temática Educação Financeira esteja envolvida. Acrescentamos que simulações como a apresentada na solução da atividade matemática da Figura 4 podem ser inseridas em planilhas eletrônicas como aponta Brasil (2017, p. 534): “planejar e executar ações envolvendo a [...] utilização de [...] planilhas eletrônicas para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculo de juros compostos [...] para tomar decisões”.

No que se refere aos comentários feitos pelos participantes, acreditamos que frutíferas ações e/ou discussões sobre o campo da Educação Financeira podem surgir delas.

O participante III que diz “aumentaria o dinheiro investido a cada mês”, se mostra aberto e interessado a refazer a simulação para avaliar a quantidade a mais de dinheiro que deverá ser acrescida a cada mês. Nesse sentido, assim como acabamos de citar, destacamos que a utilização de planilhas eletrônicas seria de muito bom uso.

O estudante participante IV que diz “Procuraria outra aplicação”, sinaliza curiosidade e interesse em estudar outras modalidades de investimentos. E, quando o participante V diz “Eu procuraria outro veículo que fosse mais barato”, indica que discussões acerca da diferença entre “valor” e “preço” sejam trazidas à baila.

A fala do participante II “Eu poderia adiar a compra”, nos permite retomar a importante discussão acerca da realidade brasileira no que se refere ao grande número de financiamentos e dos juros embutidos em tais práticas, como diz Giannetti (2012, p. 45) *“*Antecipar custa, retardar rende”.

Nesse confronto entre os dados das análises *a priori* e o que foi efetivamente realizado, percebe-se que o tema é relevante e providencial para Educação Financeira.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Gostaríamos de esclarecer que este trabalho foi aplicado e construído durante o ano de 2018 em um evento de Educação Matemática e, durante os anos de 2019, 2020 e 2021, houve mudanças nos valores da taxa Selic e do IPCA. Consequentemente, o valor da rentabilidade dos Títulos Públicos também sofreu mudanças, mas, apesar disso, acreditamos que o presente trabalho permanece atual e relevante sob quatro aspectos principais.

Primeiramente, sobre a atualidade do trabalho, consultando o noticiário atual constatamos que, infelizmente, não houve mudança no cenário de endividamento do brasileiro.[12]

Em segundo lugar, ainda justificando a atualidade do trabalho, como foi possível ver nas Figuras 1 e 2, a taxa Selic e o IPCA são cíclicos. Ou seja, mesmo que as taxas apresentadas neste trabalho estejam desatualizadas em relação à realidade de momento na qual esteja fazendo essa leitura, é bem possível que em futuro próximo retornem aos valores apresentados aqui.

Um terceiro aspecto que desejamos frisar refere-se à formação continuada do professor de Matemática que atua, ou atuará, no Ensino Médio. Observe que apresentamos interessantes aplicações para os conteúdos de progressão geométrica e matemática financeira, mais especificamente, juros compostos e que tais conexões da Matemática com a realidade estão em conformidade com a BNCC, a saber, Brasil (2017, p. 527) “A BNCC da área de Matemática e suas Tecnologias propõe [...] possibilitar que os estudantes construam uma visão mais integrada da Matemática, ainda na perspectiva de sua aplicação à realidade”.

O quarto aspecto está relacionado às sugestões de projetos relacionados à Educação Financeira. Por meio desse trabalho pudemos observar claramente que simulações financeiras, uso de planilhas eletrônicas, estudos sobre variados tipos de investimentos, o valor do dinheiro no tempo, além de conceitos relativos à economia, tais como, Inflação, Imposto de Renda e taxa Selic são características latentes na Educação Financeira. Deste modo, acreditamos que este trabalho deixa uma grande janela de possibilidades para outras pesquisas nessa área, até porque alguns dos itens que acabamos de citar são também mencionados na BNCC como é possível ver em Brasil (2017, p. 533) “Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos”.

Por fim, não podemos deixar de enfatizar nossa crença de que trazer para a escola reflexões e discussões acerca de questões financeiras pode contribuir para amenizar o triste e alarmante cenário de endividamento do brasileiro e possibilitar uma vida financeira mais equilibrada.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. **Fundamentos da didática da matemática**. Edição atualizada. Curitiba, PR: Editora UFPR, 2007.

ARTIGUE, M. Ingénierie Didactique. **Recherches em Didactique dês Mathématiques**. Grenoble: La PenséeSauvage-Éditions, v. 9.3, 281-308, 1988.

[12] Disponível em: https://g1.globo.com/economia/noticia/2022/03/31/endividamento-bate-recorde-em-marco-puxado-pelo-cartao-de-credito-diz-cnc.ghtml; Acesso em: 29 abr. 2022.

BRASIL, Presidência da República. **Decreto Federal no 7.397**, 22 de Dezembro de 2010. [online] Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2010/Decreto/D7397.htm. Acesso em: 20 nov. 2017.

BRASIL, Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Diário Oficial da União, 21 de dezembro de 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 19 jul. 2020.

CHEVALLARD, Y. **Conceitos fundamentais da didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica**. In: BRUN, J. (org.). Didática das Matemáticas. Tradução: Maria José figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996, p. 115-152.

GIANETTI, E. **O Valor do Amanhã**. 2ª edição. São Paulo: Companhia das Letras, 2012.

MIGUEL, M. I. R. **Ensino e Aprendizagem do Modelo Poisson: uma experiência com modelagem**. 2005. 259 folhas. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

RODRIGUES, C. K. **O Teorema Central do Limite: um estudo ecológico do saber e do didático.** 2009. 213 folhas. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

SILVESTRE, M. **Tesouro Direto a nova poupança.** 1ª edição. Barueri, SP: Faro, 2016.