

Incursões ao Modelo dos Campos Semânticos (MCS) a partir de um episódio em aula de Trigonometria¹

Incursions into the Semantic Fields Model (MCS) based on an episode in a Trigonometry class

Rodolfo Chaves², Ligia Arantes Sad³, Deborah Pereira Domingues⁴

RESUMO: Neste artigo, fruto de uma pesquisa de abordagem descritiva, de natureza qualitativa, que adota o estudo de caso como procedimento metodológico, discute-se ideias pertinentes ao Modelo dos Campos Semânticos e sua potencialidade na compreensão de aspectos relevantes às atividades de ensino e de aprendizagem. Traz incursões a pressupostos do referido Modelo a partir de um episódio de aula, em um curso de formação de professores de matemática, considerando diálogos a respeito de equações trigonométricas, numa disciplina formativa. O método adotado às falas foi o de leitura plausível, com vistas a evidenciar produções de significados dos atores, efetuando-se uma análise epistemológica. Não limitando-se a apresentar um procedimento de resolução ou um recurso didático ao tema, o referido episódio permitiu observar que o ator *Professor* focou a produção de significado como aspecto central da aprendizagem, na qual os objetos matemáticos não foram tomados como um fim, mas como uma possibilidade a um exercício dialógico de base epistemológica, a partir do Modelo dos Campos Semânticos, em um processo de formação de professores.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática; produção de significado; Modelo dos Campos Semânticos.

ABSTRACT: In this article, the result of a research with a descriptive approach, of a qualitative nature, which adopts the case study as a methodological procedure, we discuss ideas related to the Semantic Fields Model and its potential in the comprehension of relevant aspects to teaching and learning activities. It brings incursions into the assumptions of the aforementioned Model based on a class episode, in a graduation of mathematics teachers, considering dialogues about trigonometric equations, in a formative discipline. The adopted method for the speeches was the plausible reading, intending to realize the production of meanings of the actors, carrying out an epistemological analysis. Not limiting itself to presenting a resolution procedure or a didactic resource for the theme, the mentioned episode allowed us to observe that the actor Professor focused the production of meaning as a central aspect of learning, in which mathematical objects were not taken as an end, but as a

¹ Agradecemos muitíssimo ao Prof. Dr. Amarildo Melchhiades da Silva, docente do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), professor do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e da Licenciatura em Matemática da UFJF, pelos diálogos estabelecidos e que muito nos ajudou na elaboração final deste artigo.

² Instituto Federal do Espírito Santo, professor, <https://orcid.org/0000-0002-6882-8483>. E-mail: rodolfochaves20@gmail.com.

³ Instituto Federal do Espírito Santo, professora, <https://orcid.org/0000-0002-2758-8380>. E-mail: aran-sadli@gmail.com.

⁴ Instituto Federal do Sudeste de MG, professora, <https://orcid.org/0000-0003-1288-8441>. E-mail: deborahcapane-ma@gmail.com.

possibility for a dialogic exercise with an epistemological basis, based on the Semantic Fields Model, in a teacher formative process.

KEYWORDS: Mathematics Education. meaning production. Semantic Fields Model.

INTRODUÇÃO

O propósito deste artigo é discutir algumas ideias pertinentes ao Modelo dos Campos Semânticos⁵ (MCS) – grafadas neste texto em itálico – e sua potencialidade na compreensão de aspectos relevantes das atividades de ensino e de aprendizagem para professores e estudantes. Como consequência, apresentar uma incursão a princípios do MCS a partir de um episódio ocorrido em uma sala de aula, em um curso de formação inicial de professores de matemática, considerando *resíduos de enunciação* do professor e dos alunos, atores da pesquisa, ao dialogarem a respeito de equações trigonométricas na disciplina de Tópicos Especiais em Matemática.

Assim, na primeira parte deste artigo abordamos algumas noções centrais do MCS, no sentido da presença constitutiva deles; em um segundo momento, apresentamos um episódio ocorrido em sala de aula. Vale comentar, que uma das propostas que permeou o planejamento da disciplina em questão foi o de não trabalharmos a matemática apenas visando uma reprodução mecânica, mas de enredarmos um caráter epistêmico às discussões e análises (LINS; GIMÉNEZ, 1997; LINS, 1999). Portanto, levamos em conta possíveis abordagens didático-pedagógicas e partindo da ideia de que “[...] a demanda a que o sistema escolar deverá responder, é que a educação matemática deve corresponder a uma ‘educação PELA Matemática’ e não uma ‘educação PARA A Matemática’” (LINS, 2020, p. 15).

Na segunda parte apresentamos, inicialmente, um quadro textual do repertório relativo ao episódio em questão e, em seguida, tomamos algumas falas dos atores do processo transformadas em *resíduos de enunciação* ([RE_n]), analisando-os a partir de algumas estipulações epistemológicas do MCS e do lastro em algumas obras que são basilares ao Modelo. A guisa de fechamento do texto apresentamos nossas leituras relativas ao uso do MCS em sala de aula, sobretudo no tratamento de processos de formação de futuros professores da educação básica.

UM QUADRO TEÓRICO EM SALA DE AULA E ALGUMAS CONSIDERAÇÕES RELATIVAS AO MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS (MCS)

⁵ Este modelo foi elaborado e desenvolvido por Romulo Campos Lins (1955–2017) e a partir de 1993 passou a configurar em suas publicações e, enquanto modelo epistemológico, na elaboração do MCS, foram incorporadas algumas ideias advindas de Lev Semenovitch Vygotski (VYGOTSKI, 1991), Alexis Nikolaevich Leontiev (LEONTIEV, 1984; 1972), Vasily Vasilovich Davydov (DAVYDOV, 1999; 1982 [1972]) e Nelson Goodman (GOODMAN, 1984), dentre outros.

Em âmbito escolar, é comum o professor procurar ser um elo entre o estudante e a necessidade de integrar algo *novo* (para o aluno) ou mesmo de outras relações e inferências envolvendo certos *dados*, em meio ao processo de aprendizagem. No torvelinho desse movimento constante, entre teoria e prática, estão os processos de ensino e de aprendizagem, com *significados* e *conhecimentos* sendo realçados pelos indivíduos atuantes.

Frequentemente, em nossos estudos e práticas de sala de aula, tomamos o MCS como estratégia de análise, por entendermos que o mesmo oferece “[...] um quadro de referência para que se possa produzir leituras suficientemente finas de processos de produção de significado” (LINS, 2012, p. 18).

Ao elaborar e desenvolver o MCS, o pesquisador Romulo Campos Lins objetivava, dentre outras coisas, “[...] dar conta de caracterizar o que os alunos estavam pensando quando ‘erravam’, mas sem recorrer à ‘ideia de erro’ (LINS, 2012, p. 11), para que os mesmos passassem a questionar suas próprias respostas, produzindo *significados*. O interesse está “[...] no processo de produção de significado e em sua leitura, e não na permanência” (LINS, 2012, p. 19).

O método de análise do processo de produção de significados possui as seguintes características gerais:

- i) A análise é desenvolvida considerando o processo de comunicação proposto pelo MCS, constituído pela tríade: autor-texto-leitor;
- ii) A atividade, no sentido proposto por Leontiev, é tomada como unidade de análise;
- iii) A análise toma como premissa uma “leitura positiva”⁶ da produção de significados dos sujeitos da pesquisa (SILVA, 2003, p. 60).

No MCS há uma preocupação de se constituir como uma teorização a ser adotada, pois, segundo Lins (2012) seu Modelo só existe em ação e, com isso, caracteriza-se como um modelo epistemológico, que apresenta uma formulação clara para o entendimento do que venha a ser *conhecimento*, nos seguintes termos:

Conhecimento é uma crença-afirmação junto com uma justificação que me autoriza a produzir aquela enunciação: conhecimento é algo do domínio da enunciação; sempre há um sujeito do conhecimento (e não do conhecer) (LINS, 1999, p. 88).

Em linhas gerais, essa concepção foi formulada em oposição a outras visões clássicas existentes em epistemologia e como consequência ela considera que: o *conhecimento* é algo do domínio da *enunciação* e, indubitavelmente, sempre há um *sujeito do conhecimento*, cujo papel da *justificação* é produzir *legitimidade* para a *enunciação* (LINS, 1999).

⁶ “[...] positiva porque é o oposto de uma ‘leitura pela falta’ [...] Trata-se de saber de que forma uma coerência se compõe na fala de uma pessoa, num livro, e assim por diante, e não de, *em meus termos*, dizer que aquela fala indica falta de informação, ou de reflexão, ou isso ou aquilo (...) a ‘leitura positiva’ é útil nas situações de interação, como são (ou deveriam ser) todas as situações envolvendo ensino e aprendizagem (LINS, 2012, p. 23).

Vale ressaltar que entendemos *enunciação* como “[...] o ato de enunciar algo a algum interlocutor e, *discurso*, como uma enunciação ou um enunciado” (LINS, 2012, p. 27). Já *resíduo de enunciação* é “[...] algo com que me deparo e que acredito ter sido dito por alguém [...] Um resíduo de enunciação não é nem menos, nem mais importante que uma enunciação [...]” (LINS, 2012, p. 27). “Ambos utilizam, constantemente, um processo de inferência lógica dedutiva por meio da *linguagem*” (SAD, 1999, p. 123). “Já texto é qualquer resíduo de enunciação para o qual o leitor produza algum significado” (LINS, 1999, p. 88). Assim, podem ser “Sons, rabiscos de todo tipo, arranjos de coisas, gestos, imagens, construções” (LINS, 2012, p. 27).

Outros constructos chave do MCS são os de *significado*, *produção de significado*, *campo semântico* e *processo comunicativo*. Entendemos, à luz do MCS, *significado* como o conjunto de coisas que se diz a respeito de um *objeto*. Não o conjunto daquilo que poderia ser dito, mas sim, o que efetivamente é dito por alguém no interior de uma atividade (LINS; GIMÉNEZ, 1997). Um *significado* pode ser enunciado de uma pessoa a outra através do uso de algum elemento intermediário como, por exemplo, linguagens, gravuras, gestos, organização de objetos, padrões etc. (LINS, 2012; LINS; GIMÉNEZ, 1997). Já “[...] objeto é aquilo para o qual se produz significado” (LINS, 2012, p. 28), ou “‘algo’ do qual o sujeito pode falar a respeito” (SAD, 1999, p. 126); objetos são “[...] coisas sobre as quais sabemos dizer algo e dizemos – que nos permite observar tanto os novos objetos que estão sendo constituídos quanto os significados produzidos para esses objetos” (SILVA, 2012, p. 81).

Nas palavras de Lins, a “[...] produção de significado é o aspecto central de toda aprendizagem – em verdade o aspecto central de toda a cognição humana” (LINS, 1999, p. 86). Para *produzir significado* consideramos a inter-relação *autor-texto-leitor*, elementos constitutivos em um processo comunicativo. Em tal processo,

[...] o autor é quem produz uma enunciação, ou seja, aquele que fala algo, na direção de um leitor (aquele que o autor idealiza), que é constituído pelo o autor. Quem produz significado para um resíduo de enunciação é o leitor. O leitor sempre fala na direção de um autor, que é constituído pelo o leitor (LINS, 2012, p. 14).

Outra fundamentação que Lins (2012) nos traz é a ideia de *campo semântico* como um processo de *produção de significado*, em relação a um *núcleo*, no interior de uma atividade. Um *núcleo* “[...] é constituído por estipulações locais, que são, localmente, verdades absolutas, que não requerem, localmente, justificação” (LINS, 2012, p. 26). Nesse processo, no interior do *campo semântico* é que ocorre a *produção de conhecimento* e de *significado*.

Segundo o MCS, quando dizemos que algo é “verdadeiro”, tal “verdade” relaciona-se à *produção de conhecimento* e não ao valor lógico de uma enunciação, ou a um atributo de afirmação, mas a um atributo de *conhecimento produzido*. É verdadeiro pois, para quem enunciou, é legítimo.

Assim, todo *conhecimento* é verdadeiro, mas não implica que seja “verdade”, do ponto de vista da lógica aristotélica.

DELIMITAÇÕES METODOLÓGICAS

Os pesquisadores que utilizam o MCS como referencial teórico-epistemológico, em sua totalidade o fazem em suas pesquisas de natureza qualitativa, no sentido proposto por Bogdan e Biklen (2013). No presente trabalho, adotamos um estudo de caso como procedimento metodológico e discutimos ideias pertinentes ao MCS e sua potencialidade na compreensão de aspectos relevantes às atividades de ensino e de aprendizagem.

A disciplina do episódio em tela é, geralmente, ofertada para alunos concluintes, possui carga horária de noventa horas. Os alunos escolhem a(s) ideia(s) e *objetos* matemáticos a ser(em) trabalhado(s). Neste caso, a escolha foi pelas trigonometrias (circular e hiperbólica).

O procedimento que adotamos para nossas análises denominamos de *método de leitura plausível* e este possui algumas características gerais. Uma delas vem do pressuposto de considerar uma *leitura positiva*, doravante *leitura plausível*, na produção de significados dos atores de pesquisa. (SILVA, 2003; LINS, 2012; CHAVES, FAJARDO, 2020). Vale ressaltar que, no MCS, *leitura positiva (plausível para nós)* refere-se ao “[...] interesse de entender o que as pessoas dizem e por que dizem” (SILVA, 2003, p. 10). Ao realizar uma leitura de tal natureza objetivamos “[...] saber *onde o outro (cognitivo) está* [...] para supormos o que este estava pensando e, daí, analisar se pensamos da mesma forma ou não na tentativa de fazer com que se interesse em saber como pensamos” (LINS, 2012, p. 23-24).

Para tal, adotamos o processo de *análise de produção de significados*, no qual três grandes categorias estão relacionadas – *o novo*, *a justificação* e *o dado* – e estão presentes na *produção de conhecimento*. Por sua vez, esse processo pode envolver noções categoriais, das quais apresentamos as principais, sinteticamente, no quadro 1 a seguir.

Quadro 1 – As noções categoriais identificadas a partir do MCS

(i)	Constituição de objetos	“[...] aquilo para que se produz significado [...] O significado de um objeto, no interior de uma atividade, não é tudo que poderia ser dito a respeito da coisa [...]” (LINS, 2012, p. 28).
(ii)	A formação de um núcleo	“Um núcleo pode ser constituído por um diagrama, por um desenho, por uma balança, por um conjunto de princípios (axiomas, por exemplo), por uma situação “realista” ou ficcional. O que importa é que é em relação aos objetos do núcleo que vai ser produzido significado, seja para que texto for” (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 144).
(iii)	A fala na direção de interlocutores	“O interlocutor é uma <i>direção</i> na qual se fala. Quando falo na direção de um interlocutor é porque acredito que este interlocutor diria o que estou dizendo e

		aceitaria/adotaria a justificação que me autoriza a dizer o que estou dizendo. O interlocutor é um ser cognitivo, não um ser biológico” (LINS, 2012, p. 19).
(iv)	As legitimidades	“[...] o que é legítimo ou não dizer no interior de uma atividade” (SILVA, 2012, p. 81).
(v)	Dado	“[...] ao longo da justificação, a fala vai deixando os traços do que é dado para o sujeito naquele momento. E estes traços são de suma importância para o nosso entendimento da maneira de operar desse sujeito. Porque o dado é o que nos diz onde ele [sujeito] está e a partir de que ‘lugar’ ele está falando” (SILVA, 2003, p. 57).
(vi)	Justificações	“A <i>justificação</i> é o que garante – para o sujeito do conhecimento – que ele pode enunciar aquela <i>crença-afirmação</i> ” (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 142). Já “O papel da justificação é produzir legitimidade para minha enunciação” (LINS, 1999, p. 88). “[...] a justificação tem o importante papel de ser o elo de ligação entre o novo e o dado. É a partir dela que ocorre o processo aonde o novo vai se transformando em dado frente a novas situações” (SILVA, 2003, p. 57).
(vii)	Novo	“A palavra-chave é ‘falar’ [...] a fala da pessoa que resolve um problema tende a explicitar o ‘novo’ e a silenciar o ‘dado’. Dessa forma, enquanto resolvemos um problema, ‘falamos’ as coisas que estamos tentando entender ou descobrir, mas silenciamos as coisas que tomamos como certas, como dadas” (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 122).
(viii)	Conhecimento produzido	“Como consequência de ser enunciado na direção de um interlocutor, e de ter mesmo sido produzido, todo conhecimento é verdadeiro. Isto não quer dizer que aquilo que é afirmado seja ‘verdade’” (LINS, 2012, p. 21) e “[...] toda produção de conhecimento é feita na direção de um interlocutor que, acredita-se, produziria a mesma enunciação com a mesma justificação” (LINS, 1999, p. 88).

Fonte: Confecção dos próprios autores

Segundo nosso entendimento, ao considerarmos a caracterização de *epistemologia* apresentada em Lins (1993) e procurarmos analisar *significados* produzidos a partir das *noções categorias* supracitadas (Quadro 1), efetuamos uma *análise epistemológica* à luz do MCS, tal como apresentada em Giménez e Lins (1996) e Lins (1994).

Destacamos então que, o foco da atividade é o *novo*; todavia, na tematização da *lógica das operações* o foco é dirigido ao *dado*. Diante disso, Silva (2003) nos lembra que o silêncio em relação ao *dado* não é total, mas parcial, pois, ao longo da *justificação*, as *enunciações* deixam alguns traços do que é *dado* para o sujeito naquele processo.

Ao analisarmos os *significados* produzidos por alguém, na tentativa de se compartilhar um *espaço comunicativo*, quatro processos são passíveis de ocorrer e relevantes de serem identificados. Primeiro: o *processo de estranhamento*, na qual ocorre “[...] de um lado, aquele para quem uma coisa é natural – ainda que estranha – e de outro aquele para quem aquilo não pode ser dito. Esta é a característica fundamental do processo de estranhamento [...]” (LINS, 2004, p. 116).

Segundo: o *processo de descentramento*, “Processo pelo qual você tenta mudar de lugar no mundo, mudar de *interlocutor*. Na linguagem do MCS seria falar em outra direção para ver se existe

alguma, na qual aquelas coisas são legítimas, ou seja, que elas podem ser ditas” (SANTOS; LINS, 2016, p. 337).

Terceiro: o *processo de impermeabilização*, no qual “[...] os alunos são levados a não compartilharem novos interlocutores em situação de interação face a face, diferente daqueles para o qual eles estavam voltados; de não se propor a produzir significados numa outra direção” (SILVA, 2012, p. 79).

Quarto, o *processo de desencadeamento* de dificuldades, que pode ser caracterizado por um obstáculo epistemológico ou um *limite epistemológico*, que se configura como “[...] a impossibilidade do sujeito produzir significado para o resíduo de uma enunciação numa certa direção devido a sua maneira de operar” (SILVA, 2012, p. 88).

Ainda ao que tange ao método de *leitura plausível*, Silva (2003) destaca que, ao adotarmos tal processo, é fundamental considerarmos dois elementos centrais: (1) a *constituição e transformação de objetos* (i – Quadro 1); (2) o *processo de nucleação* (ii – Quadro 1).

No MCS, a epistemologia é voltada para o entendimento da “[...] a atividade humana que estuda as seguintes questões: (i) o que é conhecimento?; (ii) como é que conhecimento é produzido?; e, (iii) como é que conhecemos o que conhecemos?” (LINS, 1993, p. 77).

A obra Lins e Giménez (1997) destaca que, em um “[...] *conhecimento* produzido, a crença-afirmação corresponde ao que é novo, ao passo que a *justificação* corresponde ao que é dado” (p. 144). Daí evidenciamos que, ao *produzir significado* para um RE, observamos o desencadeamento de um *processo de produção de significados* que, segundo Silva (2003), envolve necessariamente identificar alguns elementos primordiais para lermos plausivelmente um aluno.

A *leitura plausível* é posta como a contraposição de uma leitura pela falta e com ela objetivamos o compartilhamento de um *espaço comunicativo*, que é “[...] o processo de interação no qual interlocutores são compartilhados” (LINS, 2012, p. 24): “[...] o compartilhamento de interlocutores constitui um espaço comunicativo [...]” (LINS, 1999, p. 88).

Então, para se investigar a dinâmica dos processos de *produção de significados*, a partir do método de *leitura plausível*, e obtermos maior amplitude do processo em curso, optamos por observar uma *leitura local*, quando analisamos pontualmente os significados produzidos pelo *sujeito da enunciação* e uma *leitura global* dos RE produzidos, trazendo aspectos gerais.

Em nossos termos, apresentamos a seguir uma comparação entre a *leitura global* – atividade dirigida a um coletivo – e a *leitura local* – quando o olhar do pesquisador se dirige a observar cada um dos atores no interior da atividade (o termo atividade é tomando no sentido proposto por Leontiev).

INCURSÕES AO MCS EM SALA DE AULA

Com base nas noções relativas ao MCS, apresentadas no item antecedente, propusemo-nos analisar o processo de produção de significados dos alunos participantes de uma aula na disciplina de Tópicos Especiais em Matemática, envolvendo repertórios relativos ao tema *equações trigonométricas*. A relevância de tal análise vai além dos benefícios de nossa maior compreensão quanto ao processo partilhado e os benefícios decorrentes aos estudantes envolvidos, pois abre possibilidades para se discutir o fazer pedagógico em sala de aula a partir do episódio que apresentamos a seguir, em incursão ao solo epistemológico referente ao MCS e outros a ele articulados.

Episódio: *Resíduos de enunciação em torno da resolução de uma equação trigonométrica*

Como dito anteriormente, tal episódio ocorreu em sala de aula, na disciplina Tópicos Especiais em Matemática (TEM), ministrada no oitavo período, em um curso de licenciatura em matemática, de uma instituição pública de ensino. Estávamos no segundo semestre de 2017, os alunos – que já haviam trabalhado em outras disciplinas com o ator *Professor* – optaram por trabalhar com trigonometrias (circular e hiperbólica).

Era uma aula (duração de quatro horas) envolvendo resoluções de equações trigonométricas, para a qual havia sido acordado que os alunos trouxessem questões, as apresentassem e se discutisse aspectos, tanto matemáticos quanto didático-pedagógicos, relativos às mesmas. O objetivo do professor era buscar respostas às perguntas que caracterizam *posições epistemológicas* como apresentadas em Lins (1993, p. 77) e que destacamos e analisamos a seguir, a partir dos RE registrados.

O ator *Diofanto* apresentou (resolveu e discutiu) a seguinte questão:

Quantas raízes possui a equação $\text{sen}^2 x - 6\text{sen}x\text{cos}x + 5\text{cos}^2 x = 0$ no intervalo $[0; 2\pi]$?" (MACHADO, 1986, p. 121).

A obra em curso apresentou a seguinte solução, reproduzida na lousa pelo ator *Diofanto*:

- **Caso $\text{cos}x = 0$**

Pondo $\text{cos}x = 0$ na equação dada vem $\text{sen}^2 x = 0$, logo $\text{sen}x = 0$. Mas não existe x tal que $\text{cos}x = 0$ e $\text{sen}x = 0$ simultaneamente. Nesse caso a equação não tem solução.

- **Caso $\text{cos}x \neq 0$**

Dividindo todos os termos da equação por $\text{cos}^2 x$ obtemos:

$$\frac{\text{sen}^2 x}{\text{cos}^2 x} - \frac{6\text{sen}x\text{cos}x}{\text{cos}^2 x} + \frac{5\text{cos}^2 x}{\text{cos}^2 x} = 0 \Rightarrow \text{tg}^2 x - 6\text{tg}x + 5 = 0 \Rightarrow \text{tg}x = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2},$$

Logo,

$$\text{tg}x = 5 \text{ ou } \text{tg}x = 1$$

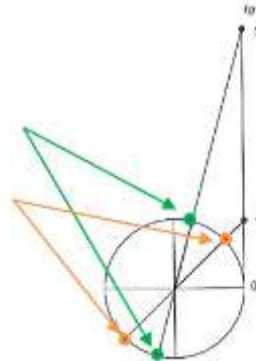
Assim,

$\text{tg}x = 5$ tem duas soluções no intervalo $[0; 2\pi]$ (veja a figura a seguir).

$\text{tg}x = 1$ tem também duas soluções no intervalo $[0; 2\pi]$.

Logo, a equação dada tem 4 soluções em $[0; 2\pi]$.

Figura 1 – Imagem apresentada na tarefa em discussão



Fonte: Machado (1986, p. 121).

A discussão da tarefa supracitada, desencadeou o seguinte repertório (Quadro 2):

Quadro 2 – Resíduos de enunciação em torno da resolução de uma equação trigonométrica

[RE₁] Professor – *O que te motivou a escolher essa questão?*

[RE₂] Diofanto – *Eu achei bem diferente, principalmente porque a gente tem que trabalhar a partir de duas hipóteses (caso o cosseno seja nulo e caso não seja). E ela não é uma questão difícil, mas tem uma sutileza que me chamou atenção.*

[RE₃] Professor – *E tu entendeste a proposta de desenvolvimento apresentada na obra?*

[RE₄] Diofanto – *Eu entendi o desenvolvimento, entendi o que ele fez, mas porque ele teve que considerar essas duas hipóteses não (caso $\cos x = 0$ e caso $\cos x \neq 0$). Mas achei bem interessante a resolução, mas tenho que confessar que não entendi porque ele teve que verificar a possibilidade de ser ou não nulo o cosseno.*

[RE₅] Professor – *Então é possível dizer que produziste conhecimento no que se refere a esse tipo de resolução de equação?*

[RE₆] Diofanto – *Eu acho que sim.*

[RE₇] Professor – *E por quê?*

[RE₈] Diofanto – *Uai! Não é você que fala que conhecimento é uma crença-afirmação seguida de uma justificação?*

[RE₉] Professor – *À luz do Modelo dos Campos Semânticos sim.*

[RE₁₀] Diofanto – *Então eu produzi conhecimento. Posso dizer que sei resolver a questão e a justificação é que só tive que reduzir à forma básica de uma equação trigonométrica para encontrar quantas raízes tem naquele intervalo.*

[RE₁₁] Professor – *Então compreendeste por qual motivo o autor estabeleceu as duas hipóteses iniciais?*

[RE₁₂] Diofanto – *Não, isso não. Se eu pegar outra equação desse tipo eu sei resolver e vou considerar as hipóteses por que vi que para resolver isso tem que ser feito, mas por qual motivo não.*

[RE₁₃] Professor – *Já que falamos do Modelo dos Campos Semânticos, aproveito para chamar atenção que, segundo entendo, a partir de minha leitura tomando como lastro o Modelo, é fundamental ao professor conhecer o que faz, como faz, porque faz [...]*

[RE₁₅] Professor – *Sinceramente não pensei nisso, mas entendo que a questão não se restringe a escolhas didático-pedagógicas, mas sim à necessidade do professor tomar posições epistemológicas. Diante de uma questão como essa que apresentaste, precisamos averiguar o que conhecemos, como é que conhecemos aquilo que conhecemos e como esse conhecimento foi produzido. Isso não sou eu que digo, mas o Romulo em um texto que foi publicado em 1993 em uma revista da SBEM São Paulo.*

[RE₁₆] Diofanto – *Então você está dizendo que só vou conhecer o todo se eu conhecer primeiro as partes?*

[RE₁₇] Professor – *Como assim?*

[RE₁₈] Diofanto – *Eu só vou entender como resolver a questão se eu entender primeiro que devo considerar aquelas duas hipóteses e depois entender que terei que fazer as restrições de que o seno e o cosseno não podem ser iguais à zero ao mesmo tempo e por aí vai...*

[RE₁₉] Professor – *Na concepção atomista é que se defende a ideia de que, só é possível compreender o todo a partir do conhecimento das partes. Segundo o atomismo só é possível perceber uma imagem apenas por meio dos seus elementos. Já na concepção holista – que prioriza o entendimento integral dos fenômenos, em oposição ao procedimento analítico em que seus componentes são tomados isoladamente – o todo é maior do que a soma das partes. Acho que cabe aí, mas um mergulho noutros pressupostos, pautados na concepção que não é possível conhecer o todo através das partes... ao contrário: só se compreende as partes a partir da visão do todo.*

[RE₂₀] Diofanto – *E como é isso no processo de resolução dessa equação que eu trouxe, por exemplo.*

[RE₂₁] Professor – *Bom, vamos lá! Para começar eu olho a equação... O que vem à tua cabeça quando eu escrevo $\text{sen}^2x - 6\text{sen}x\text{cos}x + 5\text{cos}^2x = 0$?*

[RE₂₂] Diofanto – *Ah! Sei lá!... Que eu vou ter que resolver uma equação do 2º grau.*

[RE₂₃] Professor – *Tá! Mas qual a variável? Variável é a mesma coisa que incógnita?*

[RE₂₄] Diofanto – *É mesmo, eu só olhei pro sen^2x . x é incógnita... e o $\text{sen}x$ e o $\text{cos}x$?*

[RE₂₅] Professor – *Pois é, isso porque tentaste compreender o todo a partir das partes. $\text{sen}x$ e $\text{cos}x$ são variáveis dependentes.*

[RE₂₆] Diofanto – *E o que você entende quando olha pra essa equação então? Só olhando você já saberia que deveria considerar aquelas duas hipóteses?*

[RE₂₇] Professor – *Sinceramente não! Porque eu parto do princípio de que a compreensão da totalidade é que me levará a percepção das partes. A primeira coisa que me vem à mente, diante de uma equação dessas é tentar reescrevê-la de uma forma que permita a mim e aos meus alunos realizar uma leitura plausível. Por exemplo, eu faria isso:*

$$\text{sen}^2x - 6 \cdot \text{sen}x \cdot \text{cos}x + 5 \cdot \text{cos}^2x = 0$$

⇔

$$\text{sen}^2x - \text{sen}x \cdot \text{cos}x - 5 \cdot \text{sen}x \cdot \text{cos}x + 5 \cdot \text{cos}^2x = 0$$

[RE₂₈] Fibonacci – *Professor, desculpa, mas o que te leva a escrevê-la assim? Experiência?*

[RE₂₉] Professor – *Possivelmente, mas além da experiência – pois não trabalho com esta unidade curricular faz muito tempo – eu diria que tem também intuição, percepção... Essas coisas que os positivistas negam nas ciências, mas sabemos que existem. Se tiverem dúvida disso, assistam ao filme “O homem que viu o infinito” [...]*

[RE₃₀] Viète – *Aqui, o senhor acha que, mesmo numa turma de ensino médio, é viável usar esse recurso de destacar com cores diferentes? O senhor acha que essa didática funciona com aluno dessa faixa de idade?*

[RE₃₁] Professor – *Entendo que todo esforço para tentar estabelecer uma interlocução com o aluno, formando um espaço comunicativo que possa levá-lo a uma produção de significado matemático é válido... Mas continuando; olhando então para essa escrita vejamos se fica mais claro eu a apresentar assim:*

$$\text{sen}^2x - \text{sen}x \cdot \text{cos}x - 5 \cdot \text{sen}x \cdot \text{cos}x + 5 \cdot \text{cos}^2x = 0$$

⇔

$$(\text{sen}^2x - \text{sen}x \cdot \text{cos}x) - (5 \cdot \text{sen}x \cdot \text{cos}x - 5 \cdot \text{cos}^2x) = 0$$

[RE₃₂] Professor – *É possível identificar que $\text{sen}x$ no primeiro termo da diferença é fator comum?*

[RE₃₃] Viète – *Dá!*

[RE₃₄] Professor – *Então, veja se posso escrever assim:*

$$\text{sen}x \cdot (\text{sen}x - \text{cos}x) - (5 \cdot \text{sen}x \cdot \text{cos}x - 5 \cdot \text{cos}^2x) = 0$$

[RE₃₅] Diofanto – *Você realmente acha necessário representar a multiplicação por pontinho... Eles já estão no ensino médio!*

[RE₃₆] Professor – *Como disse: todo esforço para tentar estabelecer uma interlocução com o aluno, formando um espaço comunicativo que possa levá-lo a uma produção de significado matemático é válido, principalmente em uma equação que, para um aluno pode vir a se configurar como uma sopa de letrinhas. E agora, em relação ao segundo membro dessa diferença, é possível identificar que $5 \cdot \cos x$ é fator comum?*

$$\text{sen}x \cdot (\text{sen}x - \text{cos}x) - (5 \cdot \text{sen}x \cdot \text{cos}x - 5 \cdot \text{cos}^2x) = 0$$

⇔

$$\text{sen}x \cdot (\text{sen}x - \text{cos}x) - 5 \cdot \text{cos}x \cdot (\text{sen}x - \text{cos}x) = 0$$

[RE₃₇] Professor – *Desta nova diferença, se observarmos os dois termos, dá para identificar que há um fator comum? Quem é ele então?*

[RE₃₈] Fibonacci – $(\text{sen}x - \text{cos}x)$.

[RE₃₉] Professor – *Isso! E se nós o colocarmos em evidência ficaremos com a mesma equação agrupada, assim, oh!*

$$\text{sen}x \cdot (\text{sen}x - \text{cos}x) - 5 \cdot \text{cos}x \cdot (\text{sen}x - \text{cos}x) = 0$$

⇔

$$(\text{sen}x - 5 \cdot \text{cos}x) \cdot (\text{sen}x - \text{cos}x) = 0$$

[RE₄₀] Professor – *Tudo bem? Então olhando para forma agrupada dá para observar o que?*

[RE₄₁] Diofanto – *Que se o produto é zero então os dois fatores podem ser iguais à zero [Notamos que no afã em responder, talvez o estudante tenha pretendido dizer: ‘se o produto é zero então basta que qualquer um dos dois fatores seja igual a zero’]. Daí matou a questão!*

[RE₄₂] Viète – *Pegando o segundo fator, dá que $\text{sen}x = \text{cos}x$ e pegando o primeiro fator dá pra ver que $\text{sen}x = 5\text{cos}x$.*

[RE₄₃] Diofanto – *Na primeira volta se $\text{sen}x = \text{cos}x$ então $x = \frac{\pi}{4}$ e $\frac{5\pi}{4}$, portanto, duas soluções e falar que $\text{sen}x = 5\text{cos}x$ é a mesma coisa que dizer que $\text{tg}x = 5$, daí é só olhar pra figura que eu fiz ali e dá pra ver que também tem duas soluções. Logo, 4 soluções.*

[RE₄₄] Fibonacci – *Professor, e por que desse jeito de resolver o senhor não precisou apresentar aquelas duas hipóteses?*

[RE₄₅] Professor – *Será que não? Tirando aquela “matemática” do início, de escrever*

$$-6 \cdot \text{sen}x \cdot \text{cos}x$$

como

$$(-\text{sen}x \cdot \text{cos}x - 5 \cdot \text{sen}x \cdot \text{cos}x)$$

[RE₄₆] Professor – *O que fizemos para reduzir a equação à forma básica agrupada?*

[RE₄₇] Diofanto – *Você fatorou!*

[RE₄₈] Professor – *Legal! Se fatorei é porque havia um, ou mais de um, fator comum para colocar em evidência. Que fator ou fatores foi ou foram esses?*

[RE₄₉] Diofanto – *$\text{sen}x$ e depois $\text{cos}x$.*

[RE₅₀] Professor – *Perfeito! E se foi possível colocá-los em evidência há alguma restrição para esses termos ou sempre será possível?*

[RE₅₁] Diofanto – *Ah, sô! Eu só posso colocar em evidência se os fatores forem diferentes de zero! Então o $\text{sen}x$ e o $\text{cos}x$ têm que ser não-nulos.*

[RE₅₂] Professor – *Bacana! Eis aí, implicitamente, suas hipóteses! ... E quando disseste que se $\text{sen}x = 5\text{cos}x$, então $\text{tg}x = 5$,... nessa passagem não será necessário estabelecer que, para que exista a tangente, o $\text{cos}x \neq 0$?*

[RE₅₃] Viète – *Com toda sinceridade eu não sei se resolveria um problema desses em sala!*

[RE₅₄] Professor – *Por quê?*

[RE₅₅] Viète – *Ah! Primeiro porque eu ficaria com medo de errar e depois eu não tenho a tua experiência nem a do*

Diofanto.

[RE₅₆] Professor – [...] *Então, a experiência é necessária? Diria que é um diferencial, mas como disse, não é só a questão didático-pedagógica ou técnica, em relação a saberes matemáticos. A fundamentação passa pela necessidade de estabelecermos posições epistemológicas, tal como o Romulo defendera. Como professores e, portanto, pesquisadores das nossas práticas, é prudente que foquemos em três questões básicas: “(i) o que é conhecimento?; (ii) como é que conhecimento é produzido?; (iii) como é que conhecemos o que conhecemos? Respostas a essas perguntas caracterizam posições epistemológicas, e todo trabalho de pesquisa que envolva questões relativas à aprendizagem está inevitavelmente ligado às respostas que um pesquisador dá a elas” (LINS, 1993, p. 77).*

[RE₅₇] Diofanto – *Agora eu entendi o porquê das restrições... Se eu não faço a restrição de que $\cos x \neq 0$ eu não poderia considerar a passagem para tangente nem de colocar o $\cos x$ em evidência.*

[RE₅₈] Professor – *Só o $\cos x$?*

[RE₅₉] Diofanto – *Não! O $\sen x$ também!*

[RE₆₀] Professor – *Beleza! Então concordas que a resolução apresentada pelo autor da obra parte de uma análise das partes para tentar compreender o todo? Será que posso dizer isso? Será que posso afirmar que a nossa proposta de resolução parte de uma análise do todo para compreender as partes? Será que em nossa proposta ressaltamos tão somente uma preocupação didático-pedagógica? [...]*

A partir dos RE deste episódio identificamos:

(i) no que se refere à *constituição de objetos* (quadro 1) – ao analisarmos o [RE₄] entendemos que o ator *Diofanto* constituiu a resolução da equação como objeto, pois produziu significado para tal.

A proposta de solução em Machado (1986), para o ator em questão, foi considerada como *dado* ((v) quadro 1) e o [RE₄] nos induz a tal análise. Mas podemos constatar que a solução proposta por *Professor* ([RE₂₇] ao [RE₃₉]) configurou-se como o *novo* ((vii) quadro 1), pois *Diofanto* volta a *produzir significado* matemático em [RE₄₃], quando o mesmo estabelece que $x = \frac{\pi}{4}$ e $x = \frac{5\pi}{4}$ são soluções e, por conseguinte, que $\sen x = 5\cos x$ implica em afirmar que $\tg x = 5$ e daí ser possível se tirar mais duas soluções. A *justificação* ((vi) quadro 1) que estabelece o elo de ligação entre o *dado* e o *novo* encontra-se no [RE₄₁], querendo dizer que para a expressão ser nula basta quaisquer dois fatores serem nulos.

Vale destacar o que a obra Lins e Giménez (1997) apresenta a respeito da ideia de Jerome Bruner (1915-2016), tomada por empréstimo da linguística, de que

[...] a fala da pessoa que resolve um problema tende a explicitar o “novo” e a silenciar o “dado”. Dessa forma, enquanto resolvemos um problema, “falamos” as coisas que estamos tentando entender ou descobrir, mas silenciamos as coisas que tomamos como certas, como dadas. O *insight* que essa comparação nos traz é que, enquanto a atividade de resolver problemas tem seu foco no “novo”, a tematização da *lógica das operações* que mencionamos mais acima tem seu foco exatamente no “dado”. Essa é a perspectiva que estabelece, definitivamente, nossa afirmação de que a atividade algébrica e a atividade aritmética acontecem juntas, embora em planos diferentes (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 122).

No repertório do ator *Diofanto*, o que está em voga – seja em relação ao *dado* ou ao *novo* – não é uma atividade trigonométrica, ou aritmética, mas a atividade algébrica. No entanto, no que se

refere às condições estabelecidas ($\cos x = 0$ ou $\cos x \neq 0$) como ponto de partida à resolução da tarefa apresentada em Machado (1986), podemos dizer que esse ator não produziu *significado* matemático para as mesmas, isso porque o percurso metodológico adotado para tais condições – e que o ator *Professor*, no [RE₄₅] categorizou como “matemática” – configurou-se como um *limite epistemológico* (processo D já apresentado). Isso porque o *autor* do *texto* aplicou implicitamente a lei da tricotomia (dado um real qualquer ou ele é nulo ou maior ou menor que zero) e não explicitou o caminho ou os motivos para tal. Todavia, a proposta apresentada por *Professor* ([RE₂₇] ao [RE₃₄]), mesmo não explicitando as condições restritivas, levou o ator *Diofanto* a *produzir significado* à necessidade de restringir que tanto o $\sin x$, quanto o $\cos x$ devem ser não nulos ([RE₅₁]).

Contudo, destacamos que no [RE₅₃], o ator *Viète* não deixa se contaminar (SILVA, 2012) por *produção de significados diferentes* daquela que ele já produzira inicialmente, o que poderia levar a caracterizar um processo de *impermeabilização* (processo C já apresentado).

(ii) quanto à *formação de um núcleo* (quadro 1) – observando a resolução proposta por *Professor* nos RE de [RE₂₇] a [RE₃₄], identificamos a formação de um *núcleo* que denominamos de *núcleo da fatoração*, no qual podemos citar como *estipulações locais*

$$\sin x \neq 0 \text{ e } \cos x \neq 0$$

porque, a fatoração só vale para termos diferentes de zero, como justificado por *Diofanto* em [RE₄₁] e [RE₅₁].

Vejamos que, ao adotar tal procedimento, as duas condições pré-estabelecidas em Machado (1986), advindas da lei da tricotomia para reais, são entendidas como consequência de um processo e não mais como um passo, um fim, uma causa (uma “matemática”) e mais ainda, a primeira condição ($\cos x = 0$) passa a ser imediatamente descartável.

(iii) em relação à *fala na direção de interlocutores* (quadro 1) – É possível que Machado (1986) tenha adotado a resolução apresentada por acreditar que estava compartilhando *interlocutores*, “[...] um leitor que o autor constitui” (LINS, 1999, p. 81). Mas, em um processo de produção de significado, o *autor* só pode garantir a *legitimidade* do que diz-escreve-apresenta, não de possíveis *significados* que o *leitor* venha a produzir (ou não). A convergência na *produção de significados* vem a garantir o compartilhar de *interlocutores*, como compartilhado pelos atores *Professor* e *Diofanto*, segundo os resíduos de enunciação de [RE₄₇] a [RE₄₉] sobre o uso da fatoração.

(iv) no que tange às *legitimidades* – primeiramente, é preciso explicitarmos nosso entendimento de que compartilhar *interlocutores* é compartilhar *legitimidades* e de que um *interlocutor* é um *modo de produção de significados*, pois, como vimos anteriormente, *modos de*

produção de significado são “[...] ‘campos semânticos idealizados’ que existem na forma de repertórios segundo os quais nos preparamos para tentar antecipar de que é que os outros estão falando ou se o que dizem é legítimo ou não” (LINS, 2012, p. 29). No diálogo estabelecido a partir dos RE [RE₃₀] a [RE₃₆] o ator *Professor* defende o uso da técnica de cores por entender que tal procedimento é legítimo no interior daquela atividade e, portanto, almeja propiciar o compartilhamento de um *espaço comunicativo* com os alunos. Então, para *Professor* tal recurso configura-se como um *modo de produção de significado*.

(v) *traços do que é dado* – Os resíduos de enunciação [RE₁] a [RE₁₁] no diálogo estabelecido entre os atores *Professor* e *Diofanto* levam-nos ao entendimento de que *Professor*, usuário do MCS, busca identificar traços do que é *dado* para saber de “onde”, a partir de “que lugar” *Diofanto* fala; isto é, *Professor* procura identificar *modos de produção de significado*, a lógica da operação adotada por *Diofanto* e também identificar *dados* para saber a forma como o referido ator opera em relação à tarefa proposta, com vistas a minimizar possibilidades de se pôr em curso *limites epistemológicos* ou até mesmo processos de *impermeabilização*.

No [RE₅₃] o ator *Viète* diz não saber se resolveria um exercício tal como o proposto, mas como, segundo Lins e Giménez (1997), o *novo* tende a silenciar o *dado* e após *Professor* inquiri-lo, *Viète* argumenta que tal opção ([RE₅₅]) deve-se ao fato de ficar com medo (*dado*) de errar e justifica não possuir a experiência de *Professor* ou de *Diofanto*. Tal argumento configura-se como o *novo*, pois silenciou o medo, por isso “[...] ‘falamos’ as coisas que estamos tentando entender ou descobrir, mas silenciamos as coisas que tomamos como certas, como dadas” (LINS; GIMÉNEZ, 1997, p. 122): não resolver um exercício como esse em sala!

(vi) algumas *justificações* – no [RE₅₇] de *Diofanto* observamos que houve a afirmação sobre a tangente junto com a *justificação* de restrições de $\cos x \neq 0$, ou seja, uma *produção de conhecimento*. Também a afirmação do *Diofanto* em [RE₄₇] segue junto à *justificação*, explicitando os fatores colocados em evidência na fatoração. Ali ficou claro que *Diofanto* estabelece sentido e enuncia a *produção do conhecimento* em direção ao seu *interlocutor*, qual seja os *modos de produção de significado* ao ator *Professor*.

(vii) o que se constitui como *novo* – Ao término do episódio, especificamente em [RE₅₇] e [RE₅₉], *Diofanto* diz que “agora entendeu o porquê das restrições” e isso é *novo* para ele, pois traz a *justificação* de que se não considerar as restrições ($\cos x \neq 0$ – em [RE_{lvii}] – e $\sin x \neq 0$ – em [RE_{lix}]) não poderia realizar a passagem para tangente nem de colocar o $\cos x$ em evidência.

(viii) a respeito do *conhecimento produzido* – além do já exemplificado no item (vi), destacamos a convergência com a ideia de *conhecimento* como algo construído/*produzido* a partir de uma trama que só existe quando “[...] entre o homem e o que ele conhece, se estabelece [...] algo como uma luta, um duelo” (CHAVES, 2004, p. 70-71). Tal configuração pode ser percebida nos RE

de [RE₃] a [RE₁₂], quando: (a) *Diofanto* discute *conhecimento* segundo o MCS; (b) *Professor* procura estabelecer uma relação dialógica com vistas a levar *Diofanto* a estabelecer um duelo com suas *estipulações locais*, buscando ademais compartilhar interlocutores.

A tática adotada pelo ator *Professor*, que busca, localmente, tornar frágil – mas não negar – as *legitimidades* apresentadas pelo ator *Diofanto* – sobretudo em [RE₃], [RE₅], [RE₇], [RE₁₁], [RE₁₂], [RE₂₁], [RE₄₀], [RE₄₅], [RE₄₇], [RE₄₈], [RE₅₀], [RE₅₂], [RE₅₄] e [RE₅₇].

Observamos que antes de se estabelecer uma interlocução, *Diofanto* produzira um *conhecimento* e ao término do diálogo, houve uma transvalorização e novos *conhecimentos* foram produzidos, isto porque se estabeleceu um *espaço comunicativo* (como em Lins), pois “[...] conhecimento é algo do domínio da enunciação, e não do enunciado” (LINS, 1999, p. 84). Um novo *conhecimento* fora produzido e [RE₄₇], [RE₄₉], [RE₅₁], [RE₅₇] e [RE₅₉] nos permitem lembrar que “[...] nenhum conhecimento vem ao mundo ingenuamente” (LINS, 2012, p. 13). O *Professor* utiliza a tática de tentar desestabilizar as *verdades* postas por *Diofanto*, não como uma leitura pela falta, mas interrogando-o com o propósito e tentar entender de onde ele fala e o porquê. A reciprocidade, a confiança e a cumplicidade desenvolvida entre os atores, pelo tempo que trabalham juntos, possibilitou que não se constituísse um impasse ou que se instaurasse algum processo de *impermeabilização*. Não se trata de realizar uma leitura pela falta, mas uma tênue *leitura* que “[...] dirige-se a saber *onde o outro (cognitivo) está*” (LINS, 2012, p. 23). A adoção desse tipo de leitura em aula “[...] é útil nas situações de interação, como são (ou deveriam ser) todas as situações envolvendo ensino e aprendizagem” (LINS, 2012, p. 23).

Se *Professor* não buscasse essa interação com o *Diofanto* a respeito de seus RE (de [RE₁] a [RE₁₂]), o mesmo poderia ser entendido como uma *estipulação local*, uma verdade absoluta, não requerendo, localmente uma *justificação*.

Ainda neste episódio é possível destacar a ocorrência de *processo de estranhamento*, no qual houve “de um lado, aquele para quem uma coisa é natural – ainda que estranha – e de outro aquele para quem aquilo não pode ser dito. “Esta é a característica fundamental do processo de estranhamento, um processo que pode ser visto da primeira série do Ensino Fundamental em diante” (LINS, 2004, p. 116). É possível verificar tal processo entre a proposta de solução apresentada em Machado (1986) e os RE [RE₄] a [RE₁₂], quando *Diofanto* alega entender o que o autor apresenta, mas não o porquê considerar, primeiramente $\cos x = 0$ e depois $\cos x \neq 0$.

Com isso assumimos o propósito de se procurar estabelecer um *espaço comunicativo* com vistas a uma possível *interlocução*, e destacar o quão importante é ampliar o foco em nossos planejamentos e propósitos, indagando a respeito das necessidades, finalidades, motivos e objetos. *Professor* ao defender que “*precisamos averiguar o que conhecemos, como é que conhecemos*

aquilo que conhecemos e como esse conhecimento foi produzido.” Em [RE₁₅], *Professor* além de buscar estabelecer um *espaço comunicativo* com *Diofanto* nos leva a pensar: (a) que conhecimentos matemáticos são produzidos pelos alunos ao serem apresentados a tal resolução? (b) como esses conhecimentos foram produzidos? Para tal, apontamos que se torna básico o entendimento de atividade de estudo, como posto por Davydov:

Tudo o que foi dito refere-se diretamente àquilo que deve ser chamado de atividade de estudo do aluno de escola: Em primeiro lugar, ela contém todos os componentes enumerados⁷ do conceito geral de atividade. Em segundo lugar, estes componentes têm um conteúdo de objeto específico, que os distingue de qualquer outra atividade (por exemplo, da atividade de jogo ou de trabalho). Em terceiro lugar, na atividade de estudo é obrigatório que haja o princípio criativo ou transformador. Se nas atividades dos alunos em sala de aula que realmente observamos não houver os elementos citados, então estes alunos ou não estão de todo realizando a atividade de estudo propriamente dita, ou a estão realizando em uma forma muito incompleta (é preciso dizer que semelhante situação se observa com frequência nas escolas) (DAVYDOV, 1999, *passim*).

Convidamos então o *leitor* à seguinte análise: quais são as necessidades, motivos, objetivos, condições, meios de seu alcance, ações e operações, para adotarmos uma tarefa como a proposta pelo *Diofanto*? Há princípio criativo, qual? Mas caso haja, que transformações foram produzidas? Se houver, estas transformações são pertinentes ao conteúdo e aos saberes em foco?

Portanto, discutir as indagações postas por *Diofanto* ([RE₃₅] e [RE₄₁]), *Fibonacci* ([RE₂₈] e [RE₄₉]) e *Viète* ([RE₃₀], [RE₄₃], [RE₅₃] e [RE₅₅]) é básico para que se possa estabelecer a segunda condição apresentada por Davydov (1999) para uma “correta organização” da atividade de estudo. A discussão a respeito desses RE pode constituir-se como uma necessidade para os estudantes realizarem uma atividade de estudo (processo), com vistas a realizar uma transformação criativa do material de estudo.

Se bem observarmos, o *texto* (MACHADO, 1986, p.121), também por limitações da escrita, nos remete a uma perspectiva *homilética* – que leva o indivíduo ao dispositivo tático do instinto de rebanho – cujo o propósito é fixa-lo à rotina de aceitação (CHAVES, 2004), eliminando assim a possibilidade de enfrentamento de verdades cristalizadas que podem ser verificadas em uma atividade de estudo, pela experimentação, tal como proposta por Davydov, pois, um *texto* por si só pode não estabelece uma necessidade ao *leitor* que o constitui, não convidando à experimentação.

Assim, entendemos que a solução proposta (MACHADO, 1986), não se configura como um fim, mas um meio para se iniciar uma interlocução. Por outro lado, propor o desenvolvimento de tarefas de ensino, a partir de *posições epistemológicas* que são respostas às três perguntas que

⁷ “O psicólogo soviético A. N. Leontiev e seus alunos, ao investigarem a construção concreta da atividade humana, determinaram seus componentes, que são as necessidades e os motivos, os objetivos, as condições e meios de seu alcance, as ações e operações” (DAVYDOV, 1999, NRP (Nota de Rodapé) do autor).

constituem a atividade humana denominada *epistemologia*, é um convite à *enunciação*, à efetivação de processos dialógicos.

A resolução (e a discussão a tal respeito) pode configurar como uma tarefa de estudo “[...] cuja solução é o que justamente irá exigir deles a experimentação com o material a ser assimilado. Não é possível resolver a questão de estudo sem esta transformação” (DAVYDOV, 1999). Uma “tarefa de estudo”

Que é tão somente o começo do desdobramento da atividade de estudo na sua plenitude, exige dos alunos da escola uma análise das condições de origem destes ou daqueles conhecimentos teóricos e o domínio das formas de ações generalizadas correspondentes (DAVYDOV, 1999, *passim*).

Tais colocações não implicam que não trabalhamos com uma tarefa ou resolução, como apresentada em Machado (1986), mas há de se indagar e analisar quais serão os *interlocutores* no processo e de que maneira utilizaremos a tarefa como parte constitutiva no processo de aprendizagem.

De [RE₁₆] a [RE₁₉], emerge a questão de análise a partir do todo ou das partes, que nos remete à terceira tese da psicologia pedagógica de Vasily Vasilovich Davydov, que aponta à compreensão dialética do pensamento e, para tal, o papel os materiais escolares

São *transformados ativamente* pelos alunos antes de tudo por meio da execução de determinadas *ações* materiais ou mentais. No processo de tal transformação os alunos descobrem e evidenciam no material uma certa *relação geral* ou essencial, de cujo estudo se pode descobrir numerosas manifestações particulares [...] Os programas escolares que propiciam tal movimento do pensamento, fixam os sistemas integrais dos conhecimentos. As *ações* dos alunos desempenham papel decisivo na sua aprendizagem (DAVYDOV, 1999, *passim*).

Na proposta de resolução apresentada por *Professor* (de [RE₂₇] a [RE₅₂]) as necessidades, motivos, objetivos, condições, meios de seu alcance, ações e operações, surgem a partir da interlocução estabelecida entre os envolvidos no processo, sobretudo, nos RE de [RE₄₄] a [RE₅₂].

A proposta de resolução apresentada e discutida por *Professor* ([RE₂₇] a [RE₄₃]) vai ao encontro do apresentado na citação antecedente, pois o pensamento teórico orientou os atores envolvidos no *episódio* apresentado, nas relações gerais que lhes permitiu deduzir, dessas relações, algumas consequências particulares ([RE₃₃], [RE₃₈], [RE₄₁], [RE₄₂], [RE₄₃], [RE₄₉] e [RE₅₁]). O pensamento empírico podemos dizer que advém da prática de sala de aula, principalmente quando *Professor* propôs considerar

$$-6 \cdot \text{sen}x \cdot \text{cos}x$$

como equivalente a

$$(-\text{sen}x \cdot \text{cos}x - 5 \cdot \text{sen}x \cdot \text{cos}x)$$

À luz do MCS, não nos preocupamos em categorizar se a resolução proposta em Machado (1986) – ou pelo *Professor* – é “melhor”, “mais fácil”, “mais didática”. Não é essa categorização que nos importa na dinâmica de *produção de significado*.

Assim, não se trata de discutirmos quem está “certo”, mas sim permitirmos que se aflore, a questão do *erro*. *Erro* para quem? O aluno é questionado em conversas dialógicas com seus *conhecimentos*, com sua invenção constituinte e banidora dos instintos que a propiciaram, para se apoiar em alguma trama ou crença em algo específico, validado por algum poder ou base sustentadora.

Com referência às questões postas nos *resíduos de enunciação* [RE₂₇], [RE₃₀], [RE₃₁], [RE₃₂], [RE₃₄], [RE₃₅], [RE₃₆], [RE₃₉] e [RE₄₅] – referentes ao uso do recurso didático pelo *Professor*, ao diferenciar as situações apresentadas por distintas cores, identificamos que o recurso foi intencional na qual o mesmo pautou-se em ideias de Alexander Romanovich Luria (LURIA, 1990) a respeito de tarefas subdividindo-as em: (i) tarefas de percepção (nomeação e agrupamento de cores e respostas a ilusões visuais); (ii) tarefas de abstração e generalização (comparação, discriminação e agrupamento de objetos); (iii) tarefas de dedução e inferência (estabelecimento de conclusões lógicas a partir de informações dadas) etc.

Ao insistir em adotar o recurso didático em questão, entendemos que houve, por parte de *Professor* uma tentativa de minimizar possíveis *limites epistemológicos*, possibilitando que possivelmente ocorresse comparação, discriminação e agrupamento de objetos (tarefas de abstração e generalização) para que daí se estabelecesse conclusões lógicas a partir de informações dadas (tarefas de dedução e inferência).

Não se trata de apenas legitimar o *processo de comunicação* constituído pelo MCS (a tríade *autor-texto-leitor*), como apresentado por Silva (2003), mas que procurar estabelecer *leituras locais* e *globais* da *produção de significado* neste processo dialógico. Para responder tal questão entendemos que, em um *processo de produção de significado* busca-se estabelecer um *espaço comunicativo* tomado como processo de *interação* na qual compartilhamos *interlocutores*.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Buscar alicerces epistemológicos e não apenas didáticos ou pedagógicos fortalece a compreensão e aprofundamento dos processos de ensino e de aprendizagem. Eles nos fazem refletir, a respeito do desenvolvimento do pensar matemático. De acordo com Vygotski (1991, p. 130), “[...] toda comunicação mediada exige generalização”, a qual envolve uma desconexão de algo específico e abstração. A generalização por vezes é impulsionada pela *produção de significados* nas relações de interação entre *interlocutores*, alunos-alunos e professor-aluno, tendo relação direta com a dialogicidade como forma de comunicação.

Especificamente, neste texto analisamos uma incursão a princípios do MCS a fim de discutirmos alguns RE relativos aos atores, em um episódio ocorrido em sala de aula, em um curso de formação inicial de professores de Matemática, ao serem discutidas equações trigonométricas.

As discussões levantadas reforçam que o entendimento, por parte do professor, de ideias tomadas pelo MCS – como *conhecimento, epistemologia, produção de significado, espaço comunicativo, leitura plausível*, dentre outros – possibilitaram um olhar diferenciado aos significados produzidos pelos alunos em um contexto educativo ([RE₁₃]). Portanto, o compartilhamento com os licenciandos, motivados a se engajarem na atividade em aula, permitiu ao *Professor* intervir sistematicamente para a compreensão dos processos de ensino e de aprendizagem.

Mais do que “ensinar” um procedimento de resolução de uma equação trigonométrica, ou um apresentar um recurso didático, observamos no episódio em questão que o ator *Professor* focou a produção de significado como aspecto central da aprendizagem. O tema *resolução de equações trigonométricas* não foi um fim, mas um meio, um instrumento para um exercício dialógico de base epistemológica, que entendemos ser substancial em processos de formação de professores.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto/Portugal: Porto, 2013. (Coleção Ciências da Educação).
- CHAVES, R. **Por que anarquizar o ensino de Matemática intervindo em questões socioambientais?** 223f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). PPGEM-IGCE, Rio Claro, Unesp, 2004.
- CHAVES, R.; FAJARDO, R. Algumas leituras no viés do modelo dos campos semânticos e etnomatemática. In: ANDRADE, Darly Fernando (editor). **Série Educar – Matemática**. v. 19. 1. ed. Belo Horizonte: Poisson, 2020. p. 143-156.
- DAVYDOV, V. V. O que é atividade de estudo. Trad. PRESTES, Ermelinda. **Revista Escola Inicial**, n. 7, ano 1999.
- DAVYDOV, V. V. **Tipos de generalización em la enseñanza**. 2. reimp. Moscou: Editorial Pedagógica, 1982 [1972].
- GIMÉNEZ, J.; LINS, R. C. The need for emphasizing global arithmetical and algebraic sense and meaning. In: GIMÉNEZ, J.; LINS, R. C.; GOMEZ, B. (Org.). **Arithmetic and algebra education: searching for the future**. 1. ed. Tarragona: Universitat Rovira i Virgili, 1996, v. 1, p. 5-15.
- GOODMAN, N. **Of mind and other matters**. Cambridge: Harvard University Press, 1984.
- LEONTIEV, A. N. **Actividad, conciencia y personalidad**. México: Cartago, 1984.
- LEONTIEV, A. N. **Atividade e Consciência**. 1972. In: <https://marxists.org/portugues/leontiev/1972/mes/atividade.htm>. Acesso em: 30 nov. 2015.

- LINS, R. C. Os PCN e a Educação Matemática no Brasil. In: OLIVEIRA, V. C. A. de et al. **O Modelo dos Campos Semânticos na Educação Básica**. 1. ed. Curitiba: Appris, 2020 (Educação, Tecnologias e Transdisciplinaridades), p. 13-17.
- LINS, R. C. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimento e notas de teorizações. In: ANGELO, C. L. et al (org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história**. São Paulo: Midiograf, 2012. p.11-30.
- LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004.
- LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. (Seminários DEBATES Unesp).
- LINS, R. C. O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Revista Dynamis Blumenau**, v. 1, n. 7, FURB, p. 29 – 39, abr./jun. 1994.
- LINS, R. C. Epistemologia, História e Educação Matemática: tornando mais sólida as bases da pesquisa. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática** – São Paulo, Ano 1, n. 1, set./1993, p.75-91.
- LINS, R. C.; GIMÉNEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. 3. ed. Campinas: Papyrus, 1997. (Perspectivas em Educação Matemática).
- LURIA, A. R. **Desenvolvimento cognitivo: seus fundamentos sociais e culturais**. 4. ed. São Paulo: Ícone, 1990.
- MACHADO, A. dos S. **Matemática: trigonometria e progressões**. São Paulo: Atual, 1986.
- SAD, L. A. **Cálculo Diferencial e Integral: uma abordagem epistemológica de alguns aspectos**. Tese de Doutorado (em Educação Matemática). PPGEM-IGCE, Rio Claro, Unesp, 1999.
- SANTOS, J. R. V. dos; LINS, R. C. Movimentos de Teorizações em Educação Matemática. Rio Claro (S.P), **Bolema**, v. 30, n. 55, p. 325-367. Ago. 2016.
- SILVA, A. M da. Impermeabilização no processo de produção de significados para a Álgebra Linear. In: ANGELO, C. L. et al (org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história**. São Paulo: Midiograf, 2012. p.79-90.
- SILVA, A. M. da. **Sobre a dinâmica da produção de significados para a matemática**. Rio Claro. 2003. 147f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), PPGEM-IGCE, Rio Claro, Unesp, 2003.
- THE MAN who knew infinity. Direção: Matthew Brown, Produção: Edward R. Pressman, Sofia Sondervan, Jim Young, Jon Katz, Joe Thomas. Biografia, drama, Reino Unido. 109 min.
- VYGOTSKI, L. S. **Obras escogidas**. Tradução José Maria Bravo, v. I, II e III. Madrid: Visor, 1991.