

Evaluation of energy models for numerical simulation of the mechanical behavior of polyester multifilaments

Avaliação de modelos de energia para simulação numérica do comportamento mecânico de multifilamentos de poliéster

Article Info:

Article history: Received 2023-01-05 / Accepted 2023-02-14/ Available online 2023-02-14

doi: 10.18540/jcecv19iss1pp15321-01e



Daniel Magalhães da Cruz

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8734-0371>

Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PROMEC) – Porto Alegre, RS, Brasil

E-mail: daniel.cruz@ufrgs.br

Tales Luiz Popiolek Júnior

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6733-3772>

Universidade Federal do Rio Grande (FURG), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PPMec) – Rio Grande, RS, Brasil

E-mail: talespopiolekjr@furg.br

Marcelo de Ávila Barreto

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8796-8281>

Universidade Federal do Rio Grande (FURG), Escola de Engenharia (EE), Laboratório de Análise de Tensões POLICAB – Rio Grande, RS, Brasil

E-mail: marcelobarretobm@gmail.com

Carlos Eduardo Marcos Guilherme

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5356-6524>

Universidade Federal do Rio Grande (FURG), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PPMec) – Rio Grande, RS, Brasil

E-mail: carlosguilherme@furg.br

Felipe Tempel Stumpf

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8767-9516>

Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Departamento de Engenharia Mecânica (DEMEC), Grupo de Mecânica Aplicada (GMAp) – Porto Alegre, RS, Brasil

E-mail: felipe.stumpf@ufrgs.br

Resumo

Os sistemas de amarração feitos de cordas de fibra sintética e, em particular, os de poliéster, ganharam destaque nas últimas décadas. Porém o comportamento mecânico de tais fibras tem suas complexidades para simulação em virtude da viscoelasticidade e das não linearidades material e geométrica. Simulações numéricas do comportamento mecânico do material utilizado em sistema de ancoragem são realizadas com base na teoria viscoelástica e, para isso, são utilizados dados experimentais para a calibração do modelo. A abordagem matemática viscoelástica da simulação numérica depende da função energia de deformação que, para multifilamentos de materiais poliméricos, possuem características como viscoelasticidade e incompressibilidade. O objetivo desse trabalho é estudar diferentes modelos de energia de deformação aplicados à simulação numérica do poliéster, material utilizado em ancoragens *offshore*. Como resultados, obtém-se uma comparação quantitativa entre os modelos no que diz respeito à qualidade dos ajustes matemáticos.

Palavras-chave: Ancoragem *offshore*. Caracterização mecânica. Simulação numérica. Modelos de energia de deformação. Multifilamentos de poliéster.

Abstract

Mooring systems made of synthetic fiber ropes, in particular polyester ones, have gained prominence in recent decades. However, the mechanical behavior of such fibers has its complexities for simulation due to viscoelasticity and material and geometric nonlinearities. Numerical simulations of the mechanical behavior of the material used in the anchoring system are performed based on the viscoelastic theory and, for that, experimental data are used to calibrate the model. The viscoelastic mathematical approach of numerical simulation depends on the strain energy function which, for multifilaments of polymeric materials, has characteristics such as viscoelasticity and incompressibility. The objective of this study is to study different strain energy models applied to the numerical simulation of polyester, a material used in offshore anchorages. As a result, a quantitative comparison is obtained between the models regarding the quality of the mathematical adjustments.

Keywords: Offshore mooring. Mechanical characterization. Numerical simulation. Strain energy models. Polyester multifilaments.

Nomenclatura

- \bar{I}_1 – Invariante 1, mecânica do contínuo feito para a parcela isocórica;
- \bar{I}_2 – Invariante 2, mecânica do contínuo feito para a parcela isocórica;
- \bar{I}_3 – Invariante 3, mecânica do contínuo feito para a parcela isocórica;
- $\bar{\mathbf{F}}^T$ – Transposto do gradiente de deformação, refere-se à parcela isocórica;
- \mathbb{R}^3 – Espaço real, coordenadas tridimensionais;
- C_1, C_2, C_3, \dots – Constantes dos modelos;
- I_1 – Invariante 1, mecânica do contínuo;
- I_2 – Invariante 2, mecânica do contínuo;
- I_3 – Invariante 3, mecânica do contínuo;
- $\bar{\mathbf{C}}$ – Tensor modificado para parcela isocórica de Cauchy-Green à direita;
- $\bar{\mathbf{F}}$ – Gradiente de deformação, referente à parcela isocórica;
- $\hat{\mathbf{F}}$ – Gradiente de deformação, refere-se à parcela volumétrica;
- \mathbf{F}^T – Transposto do gradiente de deformação;
- $\tilde{\mathbf{S}}$ – Segundo tensor de tensões de Piola-Kirchhoff, referente a parcela isocórica;
- γ_∞ – Parcela de rigidez do modelo;
- σ_{exp} – Tensão experimental;
- σ_{num} – Tensão numérica;
- σ_{n+1} – Transformação padrão (*push-forward*) para o tensor de tensão Kirchhoff (espacial);
- $>$ – Maior que;
- Δt – Variação no tempo, ou passo no tempo;
- \subset – Subconjunto, contido;
- $^\circ$ – Indicação de função desviatória;
- ASTM – *American Society for Testing and Materials*;
- denier – Unidade de densidade linear (1 tex = 9 denier);
- det – Determinante;
- dev – Função desviatória;
- DR – Diferença relativa;
- dtex – Unidade de densidade linear, decitex submúltiplo de tex;
- exp – Exponencial;
- g/cm³ – Unidade de massa específica;
- Hz – Unidade de frequência, Hertz, ciclo por segundo;
- ISO – *International Organization for Standardization*;

log – Logarítmico;
 min – Unidade de tempo, minuto (1 minuto = 60 segundos);
 mm – Unidade de comprimento, milímetro submúltiplo de metro;
 mm/min – Unidade de velocidade, milímetro por minuto;
 MPa – Unidade de pressão, mega Pascal múltiplo de Pascal;
 N – Newton, unidade de força;
 PET – Poliéster, vem de Polietileno tereftalato;
 s – Unidade de tempo, segundo;
 tex – Unidade de densidade linear, corresponde à g/km;
 tr – Traço da matriz;
 YBL – *Yarn break load*;
 Ω – Corpo real;
 J – Jacobiano;
 W – Função de energia;
 i – Estrutura contador;
 n – Tempo anterior, passo anterior;
 $n + 1$ – Tempo atual, passo atual;
 \mathbf{B} – Tensor de deformação de Cauchy-Green esquerdo;
 \mathbf{C} – Tensor de deformação de Cauchy-Green à direita;
 \mathbf{F} – Gradiente de deformação;
 \mathbf{H} – Parâmetro criado no modelo matemático, variável interna;
 \mathbf{I} – Matriz identidade;
 \mathbf{S} – Segundo tensor de tensões de Piola-Kirchhoff;
 \mathbf{X} – Ponto material na referência;
 τ – Propriedade material;
 φ – Deformação finita;
 ∂ – Operador de derivada parcial;

1. Introdução

Materiais poliméricos avançaram muito nas últimas décadas. Com o tempo substituíram materiais clássicos de engenharia e se mostraram opções promissoras em uma extensão significativa de aplicações, como para cabos de escalada e de operações de resgate (Leal et al., 2017; Horn et al., 2013), suturas cirúrgicas (Tummalapalli et al., 2016; Pillai e Sharma, 2010), adição em concreto para ganho de resistência em tração (Amaral Jr et al., 2017), aplicações de reforço para proteção balística (Nurazzi et al., 2021; Tam et al., 2012) e também amarrações *offshore* (Del Vecchio, 1992).

Focando no setor *offshore*, as fibras poliméricas são ditas de alto desempenho em virtude de terem alta resistência e baixa densidade (Mckenna et al., 2004). Del Vecchio (1992) é um trabalho de referência para amarrações *offshore* que não apenas estudou o uso de poliéster em substituição ao aço em virtude da resistência mecânica e ao ambiente marinho, mas também revolucionou o sistema de amarração de catenárias para o sistema Taut-leg.

Hoje, no ramo *offshore*, quando se trata de amarrações de estruturas, os materiais poliméricos surgem como materiais comprovadamente qualificados, em especial o poliéster, uma das mais importantes fibras poliméricas que apresenta excelentes propriedades mecânicas aliadas a um custo relativamente baixo quando comparado a outras fibras poliméricas. Uma vasta literatura da utilização de poliéster para amarrações *offshore* e do estudo de suas propriedades pode ser encontrada desde as primeiras proposições ainda na década de 90 até a atualidade (Del Vecchio, 1992; Petruska et al., 2005; Huang et al., 2011; Weller et al., 2015; Aqdam et al., 2018; Xu et al., 2021).

Os estudos e a evolução da utilização do poliéster no ramo *offshore* acompanharam o denso desenvolvimento do campo de simulação numérica nos últimos anos e muitos estudos abordam de

forma numérica o material e os sistemas de amarração (Beltran e Williamson, 2010; Ouarhim et al., 2020; Amaechi et al., 2022; Cruz et al., 2022).

Na abordagem numérica, muitas dificuldades são encontradas para a simulação de materiais poliméricos devido à característica viscoelástica e às não linearidades material e geométrica que possuem. Além disso, o experimental a nível de cabos ou subcabos é oneroso, sendo mais comuns estudos experimentais a nível de multifilamentos, que podem ser capazes de prever parâmetros por simulação numérica por correlação entre multifilamentos e cabos.

O objetivo desse trabalho é avaliar modelos de energia de deformação aplicados à simulação numérica de multifilamentos de poliéster, ajustados em relação a dados experimentais em fadiga. A rotina de simulação numérica segue o desenvolvimento de Simo e Hughes (1997), que aborda as relações de tensão-deformação através de tensores, utilizando definições matemáticas relacionadas à mecânica dos sólidos, à mecânica do contínuo e ao próprio material trabalhado. Essa simulação numérica também se encontra implementada para multifilamentos de poliéster e de polietileno de alto módulo sob fadiga em Cruz (2022). Aqui se deseja, especificamente para o poliéster (principal fibra polimérica da atualidade), avaliar outros modelos de energia que serão indicativos para trabalhos futuros.

Sobre o desenvolvimento de alguns dos modelos, Rivlin (1956) descreveu uma equação geral da lei constitutiva para materiais isotrópicos e hiperelásticos, que deu origem a diversos modelos como o Neo-Hookeano. Junto às considerações de Mooney (1940), formou-se a função de energia de Mooney-Rivlin. Yeoh (1990) traz considerações fenomenológicas da teoria da elasticidade para grandes deformações, baseado em observações também de outros autores, propondo o modelo de Yeoh. Além disso, o modelo de Yeoh modificado agrega outro tipo de função característica na definição matemática da energia de deformação (Yeoh, 1993). Bechir et al. (2002) estudaram algumas aplicações experimentais de materiais poliméricos em estruturas e propuseram um novo modelo hiperelástico. Hartmann e Neff (2003) estudaram vários modelos hiperelásticos existentes na literatura, em especial suas relações com os invariantes de deformação, para o caso de pouca alteração de volume durante a deformação. Já o modelo de energia Stumpf-Marczak é uma concepção mais recente da literatura (Stumpf e Marczak, 2021), que traz uma função de energia que satisfaz tanto a definição de operador tangente, garantindo estabilidade numérica, como as desigualdades de Baker-Ericksen, garantindo o comportamento fisicamente coerente.

Os modelos de energia abordados serão: Bechir-Boufala-Chevalier (Bechir et al., 2002), Hartmann-Neff (Hartmann e Neff, 2003), Mooney-Rivlin (Mooney, 1940; Rivlin, 1956), Neo-Hook (Rivlin, 1956), Stumpf-Marczak (Stumpf e Marczak, 2021), Yeoh (Yeoh, 1990) e Yeoh Modificado (Yeoh, 1993).

2. Materiais e métodos

2.1 Especificação do material e da caracterização experimental

Os multifilamentos de poliéster (PET) foram extraídos de bobina virgem. O PET utilizado possui massa específica de $1,38 \text{ g/cm}^3$ e densidade linear de 2000 denier (2200 dtex).

O presente estudo tem o intuito de rodar a simulação numérica em relação a dados experimentais de fadiga. O procedimento de fadiga, por sua vez, é dependente da carga de ruptura do multifilamento. Assim foi feita uma caracterização experimental do multifilamento através dos ensaios de densidade linear, resistência à ruptura em tração e fadiga.

O teste de densidade linear foi realizado de acordo com ASTM D1577, utilizando balança de precisão, com 9 minutos para a estabilização da indicação de massa de cada espécime. O método cobre a mensuração de massa por comprimento (densidade linear) para fibras e filamentos têxteis. Já o teste de ruptura (*Yarn Break Load*, YBL) foi executado de acordo com ISO 2062, utilizando o equipamento Instron 3365, para espécimes de comprimento útil de 500 mm, com taxa de extensão de 250 mm/min, obtendo-se a força de ruptura dos espécimes.

Já o ensaio de fadiga foi realizado na Instron Electropuls E-3000. Neste o controle é realizado por força e a carga é cíclica, com carga máxima de 45% do YBL e carga mínima de 0% do YBL

(carga nula). Foram realizados 100 ciclos de fadiga em cada corpo de prova com uma frequência de 0,1 Hz, totalizando um tempo de teste de 1000 s para cada espécime, que possuíam comprimento padrão de 200 mm. Na simulação numérica, trabalha-se com os dados experimentais de fadiga justamente como referência para avaliar a simulação e os modelos de energia de deformação.

Para a simulação numérica do multifilamento, é necessário o conhecimento do comportamento mecânico do material sob carga de tração, seja sob cargas monotônicas ou cíclicas, dependendo da complexidade do modelo a ser empregado. Nestas simulações, os dados de referência serão aqueles obtidos no último ciclo de fadiga (centésima fadiga), juntamente com modelos hiperelásticos que serão demonstrados adiante.

2.2 Descrição matemática e tensorial do código numérico

O código numérico foi feito pelos autores baseando-se em Simo e Hughes (1997) e Cruz (2022), sendo desenvolvido em MatLab (MathWorks Inc.). A descrição matemática foi desenvolvida com base na teoria da elasticidade e nas características do material trabalhado.

Para um corpo $\Omega \subset \mathbb{R}^3$, submetido a uma deformação finita $\varphi : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3$, define-se o gradiente de deformação $\mathbf{F} = \partial\varphi(\mathbf{X})/\partial\mathbf{X}$ com o Jacobiano $J = \det \mathbf{F} > 0$, onde \mathbf{X} é o ponto material na referência, configuração indeformada.

O gradiente de deformação \mathbf{F} pode ser decomposto de forma multiplicativa, como mostra a Eq. (1) (Flory, 1961).

$$\mathbf{F} = \widehat{\mathbf{F}}\bar{\mathbf{F}} \quad (1)$$

onde $\widehat{\mathbf{F}}$ refere-se à parte volumétrica e $\bar{\mathbf{F}}$ refere-se à parte isocórica, respectivamente definidas na Eq. (2) e Eq. (3). (\mathbf{I} corresponde a matriz identidade).

$$\widehat{\mathbf{F}} = J^{1/3}\mathbf{I}, \text{ com } \det \widehat{\mathbf{F}} = \det \mathbf{F} = J \quad (2)$$

$$\bar{\mathbf{F}} = J^{-1/3}\mathbf{F}, \text{ com } \det \bar{\mathbf{F}} = 1 \quad (3)$$

Da Eq. (1), o tensor de Cauchy-Green à direita em parcela isocórica ($\bar{\mathbf{C}}$) é escrito como Eq. (4):

$$\bar{\mathbf{C}} = \bar{\mathbf{F}}^T\bar{\mathbf{F}} = J^{-2/3}\mathbf{C} \quad (4)$$

Com $\det \bar{\mathbf{C}} = 1$ e $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T\mathbf{F}$, determina-se os invariantes de $\bar{\mathbf{C}}$, Eq. (5), (6) e (7).

$$\bar{I}_1 = \text{tr } \bar{\mathbf{C}} \quad (5)$$

$$\bar{I}_2 = \frac{1}{2}((\text{tr } \bar{\mathbf{C}})^2 - \text{tr } \bar{\mathbf{C}}^2) \quad (6)$$

$$\bar{I}_3 = \det \bar{\mathbf{C}} = 1 \quad (7)$$

A abordagem matemática conta com as definições já descritas, mas também, baseado em Simo e Hughes (1997), é criada uma variável interna (\mathbf{H}) dependente das propriedades do material (τ_i), do passo de tempo (Δt_n) e do tensor de tensão de Piola-Kirchhoff ($\tilde{\mathbf{S}}$), Eq. (8). O desenvolvimento de Simo e Hughes (1997) conta com uma função desviatória responsável pela convergência da simulação numérica passo a passo no tempo. Este mesmo *script* de simulação ainda é implementado com loops de otimização que visam melhorar os valores das constantes a partir de um valor inicial ou de contorno. Assim a operação conta com tempo atual $n + 1$, e tempo anterior n indicados nos subíndices.

$$\mathbf{H}_{n+1} = \exp(-\Delta t_n/\tau_i)\mathbf{H}_n + \exp(-\Delta t_n/2\tau_i)(\tilde{\mathbf{S}}_{n+1} - \tilde{\mathbf{S}}_n) \quad (8)$$

O segundo tensor de tensão de Piola-Kirchhoff (\mathbf{S}) é definido na modelagem numérica, de acordo com Simo e Hughes (1997), como:

$$\mathbf{S} = 2 \left[\frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{\partial W}{\partial I_2} \right] \mathbf{I} - 2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \mathbf{C} + 2 \frac{\partial W}{\partial I_3} I_3 \mathbf{C}^{-1} \quad (9)$$

Esta expressão permite desenvolver a equação de atualização da tensão de Kirchhoff através do modelo matemático e dos tensores de deformação e tensão, e constitui a contrapartida como a descrição espacial da fórmula atualizada. Nos termos que aparecem, \mathbf{I} é a matriz identidade, \mathbf{C} é o tensor de Cauchy-Green à direita (que quando assume a forma isocórica dá origem à \mathbf{S}) e W refere-se à função de energia utilizada, que é o alvo do estudo. A Seção 2.3 dedica-se aos modelos de energia de deformação utilizados e comparados.

Uma matriz de deformação incremental é definida. Isso permite calcular os tensores de deformação de Cauchy-Green à esquerda (\mathbf{B}) e à direita (\mathbf{C}), operando com a matriz de deformação (\mathbf{F}) e sua transposição conforme indicado em:

$$\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{F}^T \quad (10)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T\mathbf{F} \quad (11)$$

Trabalha-se na Eq. (9), determinando subíndices ' n ' e ' $n + 1$ ', referentes a tempo anterior e tempo atual, respectivamente, para calcular o segundo tensor de tensão Piola-Kirchhoff.

Uma equação de função desviatória é calculada tanto para o segundo tensor de tensão de Piola-Kirchhoff quanto para a variável criada. A Eq. (12) mostra a forma matemática de cálculo dessa função desviatória. Destaca-se ainda que a operação entre colchetes da Eq. (12) é um produto interno, que pode ser definido como o traço da inversa de \mathbf{C} com \mathbf{C} . Tem a abreviatura ' \circ ' como indicação da realização de uma função desviatória.

$$DEV_{n+1}[\mathbf{C}] = (\mathbf{C}) - \frac{1}{3} [(\mathbf{C}) \circ \mathbf{C}_{n+1}] \mathbf{C}_{n+1}^{-1} \quad (12)$$

Essas funções desviatórias associadas ao modelo de rigidez do sistema fornecem uma matriz de tensão final, baseada na Eq. (13), onde ' \circ ' indica a função desviatória. Simo e Hughes (1997) definem que $\gamma_\infty = \gamma - 1$, onde corresponde a uma parcela de rigidez do modelo. Assim a Eq. (13) é reescrita na Eq. (14).

$$\mathbf{S}_{final} = \gamma_\infty \cdot \mathbf{S}_{n+1}^\circ + \gamma \cdot \mathbf{H}_{n+1} \quad (13)$$

$$\mathbf{S}_{final} = (\gamma - 1) \cdot \mathbf{S}_{n+1}^\circ + \gamma \cdot \mathbf{H}_{n+1} \quad (14)$$

Para a expressão final de tensão, como o segundo tensor de Piola-Kirchhoff é inviável de ser comparado, é realizada uma transformação de tensão que permite comparar os resultados. Assim, o tensor de tensão Kirchhoff (espacial) é calculado através da transformação padrão (*push-forward*), Eq. (15).

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \mathbf{F}_{n+1} \mathbf{S}_{final} \mathbf{F}_{n+1}^T \quad (15)$$

Com a tensão já transformada, é possível extrair deformação e tensão para plotagem.

O que sustenta o modelo matemático são os dados experimentais, que, quando comparados com os dados numéricos calculados, devem apresentar pequenos erros. Assim, na avaliação da convergência dos resultados numéricos com os experimentais, é necessário a utilização de um recurso que quantifique o erro. Para isso, será utilizado um cálculo de diferença relativa (DR) percentual ponto a ponto entre valores de referência (experimentais) e numéricos, Eq. (16). Com essas diferenças relativas, um erro médio será composto, Eq. (17).

$$DR_{pontual} [\%] = \left(\frac{\sigma_{num} - \sigma_{exp}}{\sigma_{exp}} \right) \cdot 100 \quad (16)$$

$$Erro_{m\u00e9dio} = \frac{|\sum DR_i|}{i} \quad (17)$$

2.3 Modelos hiperel\u00e1sticos de energia de deform\u00e7\u00e3o

O estudo comparativo da simula\u00e7\u00e3o num\u00e9rica se encontra justamente na fun\u00e7\u00e3o W , apresentada na Eq. (9), que corresponde \u00e0 fun\u00e7\u00e3o energia de deform\u00e7\u00e3o adotada. Neste trabalho s\u00e3o abordados 7 modelos de energia de deform\u00e7\u00e3o: Bechir-Boufala-Chevalier, Hartmann-Neff, Mooney-Rivlin, Neo-Hook, Stumpf-Marczak, Yeoh e Yeoh Modificado.

Modelos hiperel\u00e1sticos usualmente s\u00e3o os mais adequados para materiais el\u00e1sticos altamente deform\u00e1veis. O material hiperel\u00e1stico ou material el\u00e1stico de Green postula, segundo Holzapfel (2000), a exist\u00eancia da fun\u00e7\u00e3o energia espec\u00edfica de deform\u00e7\u00e3o W , chamada tamb\u00e9m de energia livre de Helmholtz, que pode ser descrita para materiais homog\u00eaneos e isotr\u00f3picos em fun\u00e7\u00e3o dos invariantes de deform\u00e7\u00e3o, $W(I_1, I_2, I_3)$. Outra simplifica\u00e7\u00e3o surge ao considerar o material incompress\u00edvel (terceiro invariante do tensor \u00e9 unit\u00e1rio). Esta aproxima\u00e7\u00e3o \u00e9 v\u00e1lida para muitos materiais polim\u00e9ricos. Assim, trabalha-se com modelos hiperel\u00e1sticos para materiais isotr\u00f3picos, homog\u00eaneos e incompress\u00edveis.

Os modelos de energia de deform\u00e7\u00e3o s\u00e3o mostrados na Eq. (18) para Bechir-Boufala-Chevalier, Eq. (19) para Hartmann-Neff, Eq. (20) para Mooney-Rivlin, Eq. (21) para Neo-Hook, Eq. (22) para Stumpf-Marczak, Eq. (23) para Yeoh e Eq. (24) para Yeoh Modificado.

$$W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) + C_3(I_1 - 3)^2 + C_4(I_2 - 3)^2 + C_5(I_1 - 3)^3 \quad (18)$$

$$W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2^{3/2} - 3\sqrt{3}) + C_3(I_1^3 - 27) \quad (19)$$

$$W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) \quad (20)$$

$$W = C_1(I_1 - 3) \quad (21)$$

$$W = \left(\frac{C_1}{C_2} \right) \cdot (1 - \exp(-C_2(I_1 - 3))) + \left(\frac{C_5}{2 \cdot C_3} \right) * \left(\left(1 + \frac{(C_3(I_1 - 3))}{C_4} \right)^{C_4 - 1} \right) + C_6 I_2 \log \left(\frac{I_2}{3} \right) \quad (22)$$

$$W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_1 - 3)^2 + C_3(I_1 - 3)^3 \quad (23)$$

$$W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_1 - 3)^2 + C_3(I_1 - 3)^3 + \left(\frac{C_4}{C_5} \right) \cdot (1 - \exp(-C_5(I_1 - 3))) \quad (24)$$

Nas equa\u00e7\u00f5es apresentadas os invariantes s\u00e3o obtidos dos dados experimentais. J\u00e1 a rotina num\u00e9rica otimiza as constantes de cada modelo, para que convirja em rela\u00e7\u00e3o aos dados de tens\u00e3o-deform\u00e7\u00e3o experimentais. Assim as constantes obtidas para cada modelo s\u00e3o resultadas da simula\u00e7\u00e3o num\u00e9rica.

3. Resultados

O resultado da caracteriza\u00e7\u00e3o dos multifilamentos de poli\u00e9ster \u00e9 apresentado na Tabela 1.

Tabela 1 – Caracteriza\u00e7\u00e3o do poli\u00e9ster.

Material	Resist\u00eancia \u00e0 tra\u00e7\u00e3o [N]	Alongamento [%]	Densidade linear [tex]
Poli\u00e9ster	182,47\u00b14,06	13,23\u00b10,50	227,30\u00b10,80

Para o ensaio de fadiga, controlado por for\u00e7a, com carga superior de 45% do YBL (aprox.82,11 N), os dados experimentais tens\u00e3o-deform\u00e7\u00e3o para o \u00faltimo (cent\u00e9simo) ciclo de carga s\u00e3o plotados discretamente junto \u00e0s simula\u00e7\u00f5es num\u00e9ricas. A transforma\u00e7\u00e3o por defini\u00e7\u00e3o matem\u00e1tica dos dados de for\u00e7a em N, para tens\u00e3o em MPa pode ser obtida em Cruz (2022).

Das simula\u00e7\u00f5es num\u00e9ricas obt\u00eam-se os resultados gr\u00e1ficos plotados junto aos dados de refer\u00eancia que permitem uma avalia\u00e7\u00e3o gr\u00e1fica visual, Figura 1.

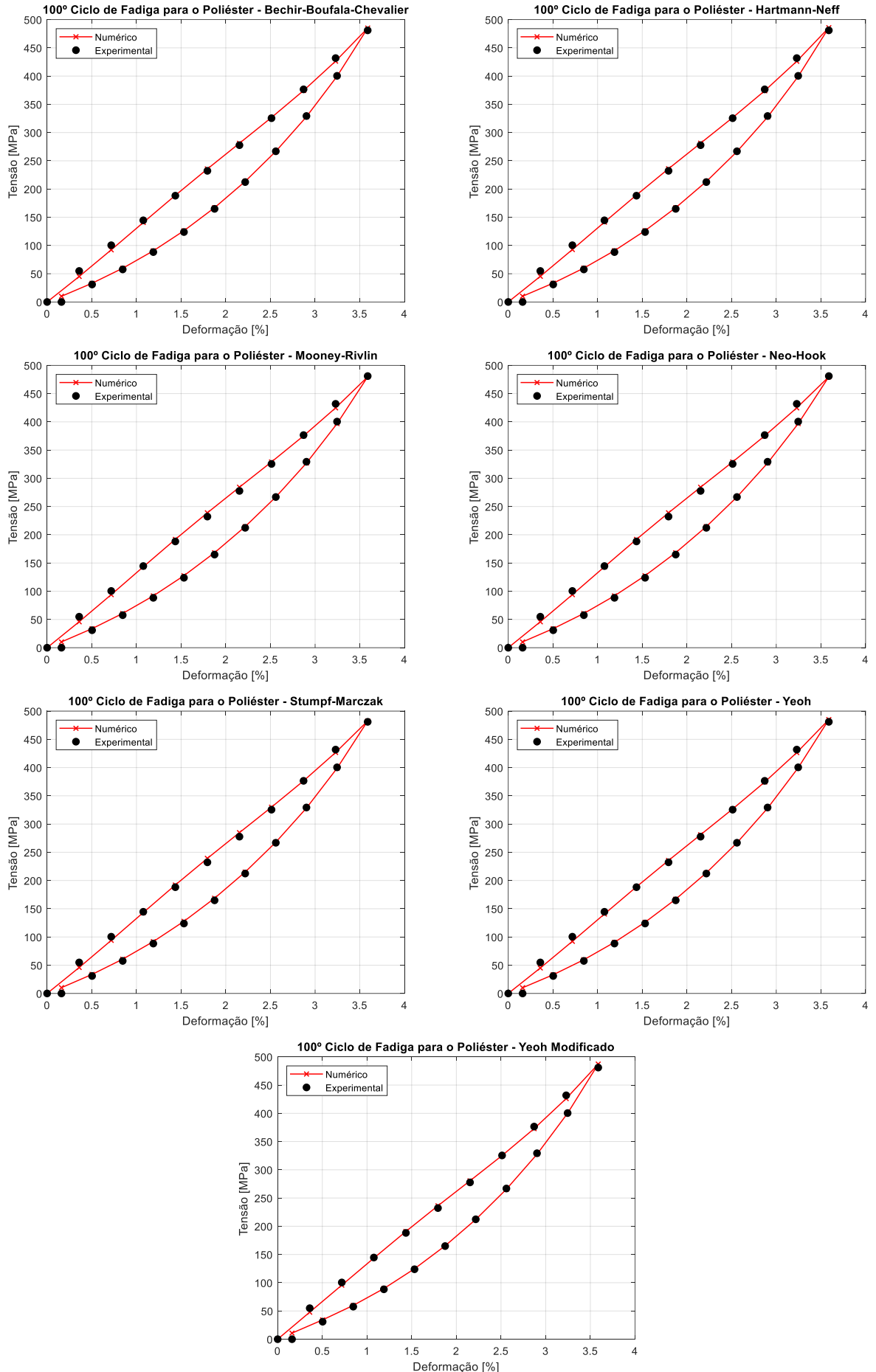


Figura 1 – Gráficos tensão-deformação por simulação para todos modelos de energia.

Os modelos simulados, na condição otimizada que gera os gráficos de tensão-deformação apresentados na Figura 1, apresentam um grupo de constantes de acordo com a respectiva função de energia. Tem-se as constantes C_i pertencentes aos modelos de energia, além das variáveis do material τ e do modelo γ , que também são constantes simuladas e otimizadas. A Tabela 2 apresenta os valores obtidos para todos os modelos.

Tabela 2 – Constantes dos modelos.

Constantes	Bechir-Boufala-Chevalier	Hartmann-Neff	Mooney-Rivlin	Neo-Hook	Stumpf-Marczak	Yeoh	Yeoh Modificado
γ	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500
τ	22,448	22,384	22,680	22,680	22,680	22,448	20,964
C_1	20,759	20,880	21,153	21,153	21,153	20,759	20,362
C_2	2,6E-7	2,2E-7	0,9E-7	-	-3,42E-4	1,97E-2	3,79E-2
C_3	1,97E-2	4,64E-4	-	-	-2,0E-7	3,0E-8	0
C_4	7,0E-8	-	-	-	3,38E-6	-	1,995
C_5	4,0E-8	-	-	-	-1,78E-5	-	1,090
C_6	-	-	-	-	-1,22E-4	-	-

Por meio dos valores das constantes, observa-se que a variável dependente do material (τ), de Simo e Hughes (1997), e a constante definida pelo modelo de Maxwell generalizado (γ), apresentam-se semelhantes ou até mesmo iguais para todas as simulações. O mesmo é observado para a constante C_1 . Isso indica que essas constantes são fortemente dependentes do material, visto que a resposta se mantém praticamente a mesma em todos os casos nos quais o comportamento do poliéster foi simulado.

Outro ponto a ser destacado, é que apenas o modelo de Stumpf-Marczak admite constantes C_i negativas. Na verdade, a concepção matemática do modelo permite que esses valores possam ser negativos, diferentemente dos demais modelos de energia apresentados.

Ainda, verifica-se que todas as simulações apresentadas na Figura 1 parecem muito coerentes, sendo difícil, mesmo com toda acuidade visual, determinar o melhor modelo. Dessa forma, a Tabela 3 mostra a quantificação do erro médio, obtido através das Eq. (16) e Eq. (17), onde é observado que todos os modelos possuem um erro pequeno (sempre inferior a 3,01%). Como pode ser constatado, o modelo de Yeoh Modificado é o que apresenta menor erro médio: aproximadamente 2,20%.

Tabela 3 – Erro médio em porcentagem para cada modelo de energia.

Bechir-Boufala-Chevalier	Hartmann-Neff	Mooney-Rivlin	Neo-Hook	Stumpf-Marczak	Yeoh	Yeoh Modificado
2,605	2,660	3,006	3,006	3,008	2,605	2,204

O gráfico tensão-deformação para a simulação por Yeoh Modificado (menor erro médio apresentado) é plotado separadamente na Figura 2.

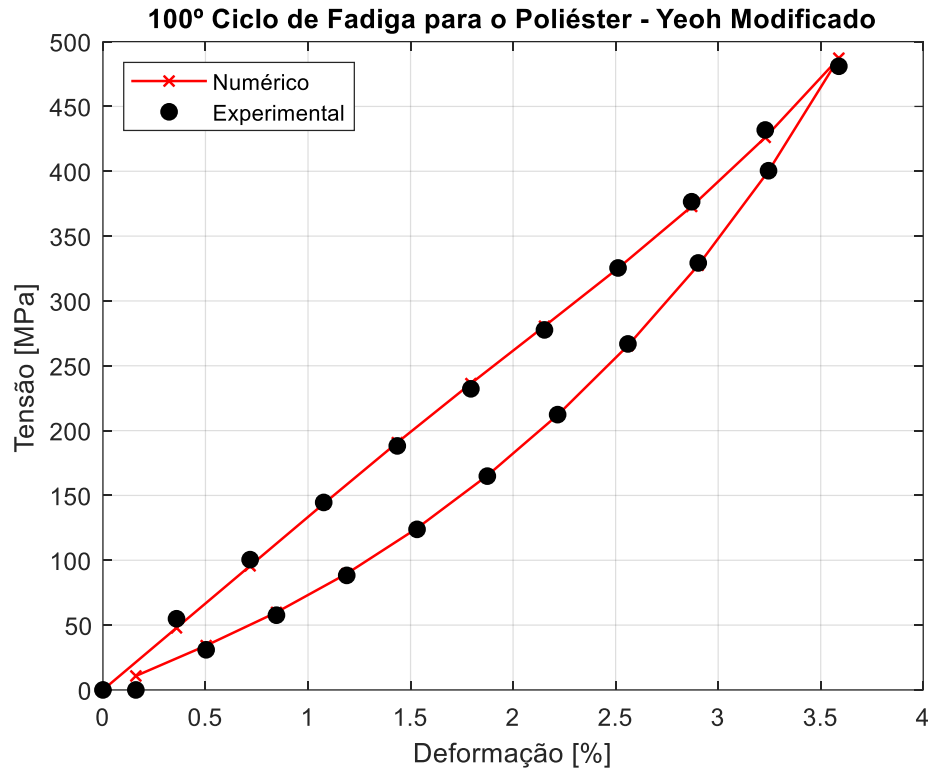


Figura 2 – Gráficos tensão-deformação, simulação por Yeoh Modificado.

4. Conclusões

Os resultados apresentados para diferentes modelos de energia de deformação constituem uma verificação do código implementado em toda sua abordagem matemática brevemente descrita na seção 2.2. Além disso, a qualidade de todas as simulações numéricas tanto visualmente (Figura 1) quanto quantitativamente, através do erro médio (Tabela 3), demonstram que os modelos hiperelásticos, incompressíveis, homogêneos e isotrópicos se apresentam de maneira satisfatória para a simulação de multifilamentos de poliéster.

O melhor modelo de energia de deformação, dentre os estudados para o material trabalhado, foi o de Yeoh Modificado, com erro médio próximo a 2,20%. Em certo grau a determinação matemática mostra termo linear, quadrático, cúbico e exponencial em função dos invariantes. Essa mescla do tipo de função na descrição matemática talvez permita uma maior convergência do modelo com os dados experimentais utilizados na calibração.

Sugere-se a realização de estudos futuros ao entorno desses códigos, na continuação de aplicações com fibras poliméricas, verificando os modelos de energia para demais materiais, como polietileno de alto módulo, poliamida, aramida e outros. Em outro campo de estudo, mirando mais incisivamente o ramo *offshore*, sugerem-se simulações de cabos para amarração de plataforma, a fim de estudar a correlação entre as simulações de multifilamentos e de cabos ou subcabos.

Referências

- Amaechi, C. V., Odijie, A. C., Wang, F., & Ye, J. (2022). Numerical investigation on mooring line configurations of a Paired Column Semisubmersible for its global performance in deep water condition. *Ocean Engineering*, 250, 110572. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2022.110572>
- Amaral, J. C. D., Silva, L. C. F., & Moravia, W. G. (2017). Análise experimental da adição de fibras poliméricas nas propriedades mecânicas do concreto. *Matéria (Rio de Janeiro)*, 22. <https://doi.org/10.1590/s1517-707620170001.0112>
- Aqdam, H. R., Etefagh, M. M., & Hassannejad, R. (2018). Health monitoring of mooring lines in floating structures using artificial neural networks. *Ocean Engineering*, 164, 284-297. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2018.06.056>

- ASTM, American Society for Testing and Materials. (2018). D1577 - Standard Test Methods for Linear Density of Textile Fibers. West Conshohocken: ASTM International.
- Bechir, H., Boufala, K., & Chevalier, Y. (2002). Strain energy density function for carbon black filled rubber vulcanized for industrial applications. *Mécanique & industries*, 3(3), 245-252.
- Beltran, J. F., & Williamson, E. B. (2010). Numerical simulation of damage localization in polyester mooring ropes. *Journal of engineering mechanics*, 136(8), 945-959. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)em.1943-7889.0000129](https://doi.org/10.1061/(asce)em.1943-7889.0000129)
- Cruz, D. M. (2022), *Estudo teórico, experimental e numérico do comportamento viscoelástico e caracterização de fibras sintéticas poliméricas*. Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação, Universidade Federal do Rio Grande. Rio Grande, RS, Brasil. <https://argo.furg.br/?RG001477614>
- Cruz, D. M., Guilherme, C. E. M., Stumpf, F. T., & Bastos, M. B. (2022). Numerical Assessment of Mechanical Behavior of Mooring Lines Using Hybrid Synthetic Fiber-Rope Segments. In *Offshore Technology Conference*. OnePetro. <https://doi.org/10.4043/31906-ms>
- Del Vecchio, C. J. M. (1992), *Light Weight Materials for deep Water Moorings*. PhD Thesis, University of Reading. Reading, United Kingdom.
- Flory, P. (1961). Thermodynamic relations for high elastic materials. *Transactions of the Faraday Society*, 57, 829-838.
- Hartmann, S., & Neff, P. (2003). Polyconvexity of generalized polynomial-type hyperelastic strain energy functions for near-incompressibility. *International journal of solids and structures*, 40(11), 2767-2791. [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(03\)00086-6](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(03)00086-6)
- Holzappel, G. A. (2000), *Nonlinear Solid Mechanics – A Continuum Approach for Engineering*. John Wiley & Sons Ltd., Chichester, England.
- Horn, G. P., Chaussidon, J., Obstalecki, M., Martin, D. A., Kurath, P., Backstrom, R. G., & Kerber, S. (2015). Evaluating fire service escape ropes at elevated temperatures and fire conditions. *Fire Technology*, 51(1), 153-171. <https://doi.org/10.1007/s10694-013-0373-2>
- Huang, W., Liu, H. X., Shan, G. M., & Hu, C. (2011). Fatigue analysis of the taut-wire mooring system applied for deep waters. *China Ocean Engineering*, 25(3), 413-426. <https://doi.org/10.1007/s13344-011-0034-5>
- International Organization for Standardization. (2005). ISO 2062: 2009. Textiles--Yarns from packages--Determination of single-end breaking force and elongation at break using constant rate of extension (CRE) tester.
- Leal, A. A., Stämpfli, R., & Hufenus, R. (2017). On the analysis of cut resistance in polymer-based climbing ropes: New testing methodology and resulting modes of failure. *Polymer Testing*, 62, 254-262. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2017.07.004>
- Mckenna, H. A.; Hearle, J. W. S. & O'hear, N. (2004), *Handbook of fibre rope technology*. The Textile Institute. CRC Press LLC, Cambridge England.
- Mooney, M. (1940). A theory of large elastic deformation. *Journal of applied physics*, 11(9), 582-592. <https://doi.org/10.1063/1.1712836>
- Nurazzi, N. M., Asyraf, M. R. M., Khalina, A., Abdullah, N., Aisyah, H. A., Rafiqah, S. A., Sabaruddin, F. A., Kamarudin, S. H., Norrrahim, M. N. F., Ilyas, R. A. & Sapuan, S. M. (2021). A review on natural fiber reinforced polymer composite for bullet proof and ballistic applications. *Polymers*, 13(4), 646. <https://doi.org/10.3390/polym13040646>
- Quarhim, W., Ait-Dahi, M., Bensalah, M. O., El Achaby, M., Rodrigue, D., Bouhfid, R., & Qaiss, A. (2021). Characterization and numerical simulation of laminated glass fiber–polyester composites for a prosthetic running blade. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 40(3-4), 118-133. <https://doi.org/10.1177/0731684420949662>
- Petruska, D., Geyer, J., Macon, R., Craig, M., Ran, A., & Schulz, N. (2005). Polyester mooring for the Mad Dog spar—design issues and other considerations. *Ocean Engineering*, 32(7), 767-782. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2004.10.002>

- Pillai, C. K. S., & Sharma, C. P. (2010). Absorbable polymeric surgical sutures: chemistry, production, properties, biodegradability, and performance. *Journal of biomaterials applications*, 25(4), 291-366. <https://doi.org/10.1177/0885328210384890>
- Rivlin, R. S. (1956), *Rheology Theory and Applications*. FR Eirich Ed., Academic Press, New York, ch. 10, p. 351.
- Simo, J. C., & Hughes, T. J. (1997). *Computational inelasticity*. Springer-Verlag, New York, USA.
- Stumpf, F. T., & Marczak, R. J. (2021). Constitutive framework of a new hyperelastic model for isotropic rubber-like materials for finite element implementation. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 18(1). <https://doi.org/10.1590/1679-78256349>
- Tam, D. K. Y., Ruan, S., Gao, P., & Yu, T. (2012). High-performance ballistic protection using polymer nanocomposites. In *Advances in military textiles and personal equipment* (pp. 213-237). Woodhead Publishing. <https://doi.org/10.1533/9780857095572.2.213>
- Tummalapalli, M., Anjum, S., Kumari, S., & Gupta, B. (2016). Antimicrobial surgical sutures: Recent developments and strategies. *Polymer Reviews*, 56(4), 607-630. <https://doi.org/10.1080/15583724.2015.1119163>
- Weller, S. D., Johanning, L., Davies, P., & Banfield, S. J. (2015). Synthetic mooring ropes for marine renewable energy applications. *Renewable energy*, 83, 1268-1278. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2015.03.058>
- Xu, S., Wang, S., & Soares, C. G. (2021). Experimental investigation on the influence of hybrid mooring system configuration and mooring material on the hydrodynamic performance of a point absorber. *Ocean Engineering*, 233, 109178. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2021.109178>
- Yeoh, O. H. (1990). Characterization of elastic properties of carbon-black-filled rubber vulcanizates. *Rubber chemistry and technology*, 63(5), 792-805. <https://doi.org/10.5254/1.3538289>
- Yeoh, O. H. (1993). Some forms of the strain energy function for rubber. *Rubber Chemistry and technology*, 66(5), 754-771. <https://doi.org/10.5254/1.3538343>